

ปัญหาข้อ 1.

เฉลย 1.1)

วิธีที่ 1 คิดจากความดันในถัง $P = \frac{nRT}{V} = \frac{1.4 \times 8.31 \times 300}{5 \times 10^{-3}}$
 $= 6.98 \times 10^5 \text{ Pa (N/m}^2\text{)}$ (0.8 คะแนน)

รูรั่วทำให้เกิดแรงลัพธ์ (จากแรงดันที่สองผนังไม่เท่ากัน)

$$= PA = (6.98 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(4 \times 10^{-6} \text{ m}^2) = 2.792 \text{ N} \quad (0.7 \text{ คะแนน})$$

ความเร่งของถัง $= \frac{2.792 \text{ N}}{2.5 \text{ kg}} \quad (0.7 \text{ คะแนน})$

$$= 1.12 \text{ (1.11 – 1.13) m/s}^2 \quad (0.3 \text{ คะแนน})$$

รวม 2.5 คะแนน

วิธีที่ 2 คิดจากทฤษฎีจลน์ รวม 2.5 คะแนน

1.2)

เฉลย

ใช้สูตรของเลนส์หาระยะภาพได้ 28 cm (0.7 คะแนน)

ขนาดภาพต่อขนาดวัตถุ(การเคลื่อนที่ของวัตถุ) = $28/21 = 4/3$ (0.8 คะแนน)ความเร็วของภาพ = $5.4 \times (4/3) = 7.2 \text{ cm/s}$ (0.5 คะแนน)

มีทิศการเคลื่อนที่ลงของภาพ (0.5 คะแนน)

เฉลย 1.3)

หารัศมีความโค้งของการเคลื่อนที่ สมมุติให้รัศมีการเคลื่อนที่เป็น r จะหาเป็นเทอมของ a ได้จากสามเหลี่ยมมุมฉากเล็กที่มีมุมหนึ่งเป็น 60° องศา (รูปถูก 0.5 คะแนน)

$$\frac{r}{\frac{a}{2} - r} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \quad \text{จะได้} \quad r = \frac{\sqrt{3}a}{2(1 + \sqrt{3})} \approx 0.317a \quad (1 \text{ คะแนน})$$

จาก $qvB = \frac{mv^2}{r}$ ขนาดของความเร็ว $v = \frac{eBr}{m} = 0.317 \frac{eBa}{m}$ เมื่อ m เป็นมวลของอิเล็กตรอน

(1 คะแนน)



เฉลย 1.4)

เนื่องจากสนามไฟฟ้าและสนามโน้มถ่วงตั้งฉากกันในบริเวณที่ต้องคิด ทำให้สามารถคิดแยกเป็นทีละองค์ประกอบของความเร็วได้

$$\vec{v} = v_x \hat{e}_x + v_y \hat{e}_y \quad \text{โดย} \quad v_x = v_{0x} + \frac{qE}{m}t \quad \text{และ} \quad v_y = v_{0y} - gt \quad (0.5 \text{ คะแนน})$$

เวลาหาได้จากเวลาที่ลูกบอลตกถึงระดับ $h/2$ คือ $\frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ s}$

ดังนั้น คำตอบคือ $v_x = 1 + \frac{0.01 \times 0.5}{10^{-3}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ m/s} = 2.58 \text{ m/s} \quad (1 \text{ คะแนน})$

$$v_y = 0 - 10 \times \frac{1}{\sqrt{10}} = -\sqrt{10} = -3.16 \text{ m/s} \quad (1 \text{ คะแนน})$$

และ $\vec{v} = 2.58\hat{e}_x - 3.16\hat{e}_y \quad (v = 4.08 \text{ m/s})$

**ปัญหาข้อ 2. การชนแบบยืดหยุ่น**เฉลย

- 2.1) หลังปล่อย ลูกบอลตกตามกัน ด้วยความเร่งเท่ากันและความเร็วประมาณเท่ากันด้วย จน ลูกล่างกระทบพื้นเปลี่ยนทิศความเร็วเป็นทิศขึ้นจึงชนกันทันที ที่จุดติดพื้น ขนาดของความเร็วก่อนชนของทั้งสองลูกเท่ากัน และเท่ากับ $v_0 = \sqrt{2gh} = 10 \text{ m/s}$

ตั้งสมการจากการคงที่ของโมเมนตัมและพลังงานจลน์ จะได้

$$Mv_0 - mv_0 = MV + mv \quad \text{หรือ} \quad \left(1 - \frac{m}{M}\right)v_0 = V + \frac{m}{M}v \quad (1) \quad (1 \text{ คะแนน})$$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{หรือ} \quad \left(1 + \frac{m}{M}\right)v_0^2 = V^2 + \frac{m}{M}v^2 \quad (2) \quad (1 \text{ คะแนน})$$

แทนค่า V จาก (1) ลงใน (2) จะได้

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{m}{M}\right)v_0^2 &= \left(\left(1 - \frac{m}{M}\right)v_0 - \frac{m}{M}v\right)^2 + \frac{m}{M}v^2 \\ &= \left(1 - 2\frac{m}{M} + \frac{m^2}{M^2}\right)v_0^2 - 2\left(1 - \frac{m}{M}\right)\frac{m}{M}vv_0 + \frac{m^2}{M^2}v^2 + \frac{m}{M}v^2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{จัดใหม่ได้} \quad 0 &= v^2 - 3v_0^2 - 2vv_0 + \frac{m}{M}(v^2 + v_0^2) + 2\frac{m}{M}vv_0 \\ \text{หรือ} \quad v &= \left(\frac{3 - \frac{m}{M}}{1 + \frac{m}{M}}\right)v_0 \end{aligned} \right\} \quad (3) \quad (1 \text{ คะแนน})$$

$$\text{ถ้า } m \ll M \text{ จะได้ } \left(\frac{v}{v_0}\right) = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \times 3}}{2} = 3 \quad \text{หรือ} \quad \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = 9$$

จาก $v^2 = 2gh$ แสดงว่า มวล m จะขึ้นสูงสุดเป็น 9 เท่าของจุดที่ปล่อย (1 คะแนน)

- 2.2 ใช้ $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$ ตามที่กำหนดแทนใน (3) จะได้

$$0 = v^2 - 3v_0^2 - 2vv_0 + \frac{1}{6}(v^2 + v_0^2) + \frac{2}{6}vv_0$$

$$\text{จัดใหม่} \quad 0 = 7v^2 - 10vv_0 - 17v_0^2$$

$$\text{หา} \quad \left(\frac{v}{v_0}\right) = \frac{10 + \sqrt{476}}{14} = 2.429$$



$$\text{ได้} \quad v_0 = \sqrt{2gh} \quad (0.5 \text{ คะแนน})$$

- จากระยะที่ตก 5 เมตร $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ได้

$$v = 24.29 \text{ m/s} \text{ เป็นความเร็วหลังชนครั้งแรกของ } m \text{ (ในทิศขึ้น)} \quad (1 \text{ คะแนน})$$

ส่วนความเร็วของ M หาได้จาก (1) จะได้

$$V = 4.29 \text{ m/s (ทิศขึ้น)} \quad (0.5 \text{ คะแนน})$$

(หรือ ถ้าหา V ได้ก่อน ให้ 1 คะแนน ส่วน v ให้ 0.5 คะแนน)

- ชนกันที่เวลาใด ชนกันที่เวลา 1.0 วินาทีหลังปล่อย (ขณะตกถึงพื้น) (1 คะแนน)

2.3) ในการชนกันครั้งที่สอง พอนักภาพไว้ว่า มวลเบาวิ่งอย่างรวดเร็วไปชนเพดาน สูง 6 เมตร เด้งกลับลงมาชนลูกหนักที่วิ่งช้ากว่าก่อนที่ลูกหนักที่ใดที่หนึ่ง

ขั้นแรกจะหาว่าชนเพดานด้วยความเร็วเท่าใด จาก $v^2 - u^2 = 2as$ ได้ $v_H = 21.67 \text{ m/s}$

และเวลาที่ใช้ในการวิ่งขึ้นอาจหาจากระยะทางหารด้วยความเร็วเฉลี่ยหรือสูตรอื่น ได้ $t_H = 0.261 \text{ s}$

(1.0 คะแนน)

ต่อไปให้ไปชนกันที่ความสูง y จากพื้น

$$\text{จากมวลหนักเคลื่อนที่ขึ้น} \quad y = 4.29(t + t_H) - \frac{1}{2}g(t + t_H)^2 \quad (4) \quad (0.8 \text{ คะแนน})$$

$$\text{ขณะที่มวลเบาวิ่งลง} \quad 6 - y = v_H t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (5) \quad (0.7 \text{ คะแนน})$$

ใช้ (4) บวก (5) หาเวลา t ได้ 0.224 s และความสูง $y = 0.82 \text{ เมตร}$

การชนครั้งที่สองจึงเกิดขึ้นที่เวลา 0.48 วินาทีหลังการชนครั้งแรกและที่ระยะสูง 0.82 เมตร

(0.5 คะแนน)



ปัญหาข้อ 3 การสั่นของแผ่นเก็บประจุ (เฉลย)

เฉลย 3.1)

สนามไฟฟ้า(จากกฎของเกาส์)ระหว่างแผ่น $E_o = \frac{\sigma}{\epsilon_o}$ มีทิศขึ้น (เป็นสนามจากทั้งสองแผ่น)

$$\begin{aligned}\text{แรงดึงแผ่นบนจากสนามของแผ่นล่าง} &= (\sigma A) \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_o} \right) = \frac{\sigma^2 A}{2\epsilon_o} = \text{แรงดึงแผ่นล่างขึ้น (1.5 คะแนน)} \\ &= \frac{1}{2} E_o^2 A \epsilon_o\end{aligned}$$

ถ้าไม่มีแฟกเตอร์ $\frac{1}{2}$ หัก 0.5 คะแนน

เฉลย 3.2)

แรงดึงสปริงที่เพิ่มขึ้น $= kd$ เกิดจากแรงไฟฟ้า $= \frac{1}{2} E_o^2 A \epsilon_o$ (แรง mg อยู่ในสมดุลแรก)

$$\text{แทนค่า } E_o = \frac{V_o}{D-d} \text{ จะได้ } kd = \left(\frac{V_o}{D-d} \right)^2 \frac{A \epsilon_o}{2} \quad (2 \text{ คะแนน})$$

$$\text{ดังนั้น} \quad k = \left(\frac{V_o}{D-d} \right)^2 \frac{A \epsilon_o}{2d}$$

เฉลย 3.3)

$$\text{จากสมการการเคลื่อนที่} \quad m\ddot{y} = \frac{E^2 A \epsilon_o}{2} - k(d+y)$$

$$m\ddot{y} = \frac{V_o^2 A \epsilon_o}{2(D-d-y)^2} - k(d+y) \quad (2 \text{ คะแนน})$$

$$\approx \frac{V_o^2 A \epsilon_o}{2(D-d)^2} \left(1 - \frac{2y}{(D-d)} \right) - k(d+y)$$

$$= \left(\frac{V_o^2 A \epsilon_o}{(D-d)^3} - k \right) y$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \omega^2 = \frac{1}{m} \left(k - \frac{V_o^2 A \epsilon_o}{(D-d)^3} \right) \quad (2 \text{ คะแนน})$$



เฉลย 3.4)

ค่า ω^2 จะต้องเป็นบวกและไม่เป็น 0 ดังนั้น จะไม่สั่น ถ้า

$$k \leq \frac{V_o^2 A \epsilon_o}{(D-d)^3} \quad (1.5 \text{ คะแนน})$$

ใช้ความจริงที่สมดุล คือ $kd = \left(\frac{V_o}{D-d} \right)^2 \frac{A \epsilon_o}{2}$

ดังนั้น $k \leq \frac{2kd}{(D-d)} \quad \text{หรือ} \quad D-d \leq 2d$

หรือ $d \geq \frac{1}{3} D \quad (1.0 \text{ คะแนน})$

ถ้าตอบเพียงเครื่องหมายเดียว ให้คะแนนครึ่งหนึ่งของที่ระบุไว้
