

Marking Scheme ព្រឹត្តិប្រតិបត្តិ 1

1. คำตอบผิดจากความผิดพลาดเล็กน้อย เช่น เครื่องหมาย +/- คัดลอกมาผิด	หัก 20 % ของคะแนนส่วนนั้น
2. คำตอบไม่มีหน่วย	หัก 0.1
3. เลขนัยสำคัญของคำตอบมากหรือน้อยกว่าที่ควรจะเป็นเกิน 2 ตำแหน่ง	หัก 0.1
4. คำตอบถูกแต่ใช้หลักการทางฟิสิกส์ผิด	ไม่ให้คะแนนในขั้นนั้น
5. คำตอบผิดจากข้อผิดพลาดในขั้นตอนก่อนหน้า	ไม่หักคะแนน (หักไปแล้วในขั้นก่อนหน้า)
6. คำตอบผิดจากข้อผิดพลาดในขั้นตอนก่อนหน้า และทำให้วิธีทำงานเกินกว่าที่ควรจะเป็น เช่น สมการอยู่ในรูปที่แก้สมการง่ายมาก	หัก 20% (หรือน้อยกว่า) ของคะแนนในขั้นนั้นๆ

1.1.1 หาค่า L เมื่อตัวกลางเป็นอากาศ (1.5 คะแนน)

รู้ว่ากระจกบางไม่มีผลต่อการหักเหของแสง - สามารถทำได้โดยการพิสูจน์ด้วยกระจกหนา หรือ อนุমানในขั้นต่อไป (ถ้าคิดกระจกด้วยต้องแยกเป็นสามขั้นตอน – ผิวแรก สะท้อนกระจก ผ่านผิวแรกอีกครั้งจึงจะได้คะแนนเต็ม) ถ้าไม่แสดงวิธีทำหรือไม่อธิบาย ไม่ได้คะแนน	0.5
ผิวที่สอง - ใช้สมการกระจก-เลนส์ $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$ $f = R/2$ $s = +L$ $s' = +L$ - หาคำตอบได้ $R=L=20\text{ cm}$	0.2 0.2 0.2 0.2 0.2

1.1.2 หาค่า L เมื่อตัวกลางเป็นอากาศ (3.5 คะแนน)

วิธีที่ 1

ใช้สูตรการหักเหจากผิวโค้ง $\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$	0.4
ผิวแรก (ประมาณว่าผิวแกว่งมาก) - แทนค่า $s = +L'$, $n_2 = n$, $R \rightarrow +R$ - คำนวณ $\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{x} = \frac{1}{n} \left(\frac{n-1}{R} - \frac{1}{L'} \right)$ (หรือยกไปไว้ในการแก้สมการ)	0.6 0.2
ผิวที่สอง - ใช้สมการกระจก $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$, $f = R/2$ $s = -x$ - คำนวณ $\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{y} = \frac{1}{n} \left(\frac{n-1}{R} - \frac{1}{L'} \right) + \frac{2}{R}$ (หรือยกไปไว้ในการแก้สมการ)	0.2 0.4 0.2
ผิวที่สาม (ประมาณว่าผิวแกว่งมาก) - แทนค่า $s' = +L'$, $s = -y$, $n_1 = n$, $R \rightarrow -R$ - คำนวณ $\frac{1}{L'} = \frac{1-n}{-R} + \frac{n}{y} = \frac{n-1}{R} + \frac{n-1}{R} - \frac{1}{L'} + \frac{2n}{R}$ และแก้สมการ ได้คำตอบ $L' = \frac{R}{2n-1}$ - แทนค่าได้ $L' = 12$ cm, $\Delta L = -8$ cm (ใกล้ขึ้น)	0.8 0.4 0.3

วิธีที่ 2 (1.1.2)

คิดว่าเป็นเลนส์กับกระจกโค้ง (ประมาณว่าผิวแฉับบางมาก)	0.4
ใช้สูตรการช่างทำเลนส์ $\frac{1}{f} = (n-1) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$	
$R_1 = +R, \quad R_2 = -R, \quad \frac{1}{f} = \frac{2(n-1)}{R}$	0.6
ใช้สมการเลนส์ $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$	0.4
ผิวแรก	
• แทนค่า $s = +L'$	0.2
• คำนวณ $\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{X} = \frac{2(n-1)}{R} - \frac{1}{L'}$ (หรือยกไปไว้ในการแก้สมการ)	0.2
ผิวที่สอง กระจก	
• $s = -X, \quad f = R/2$ (ใช้ $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$)	0.4
• คำนวณ $\frac{1}{s'_2} = \frac{1}{Y} = \frac{2(n-1)}{R} - \frac{1}{L'} + \frac{2}{R}$ (หรือยกไปไว้ในการแก้สมการ)	0.2
ผิวที่สาม	
• แทนค่า $s'_3 = +L', \quad s_3 = -Y$	0.4
• คำนวณ $\frac{1}{L'} = \frac{2(n-1)}{R} + \frac{1}{Y} = \frac{2(n-1)}{R} + \frac{2(n-1)}{R} - \frac{1}{L'} + \frac{2}{R}$ และแก้สมการได้คำตอบ $L' = \frac{R}{2n-1}$	0.4
• แทนค่าได้ $L' = 12 \text{ cm}, \quad \Delta L = -8 \text{ cm}$ (ใกล้ขึ้น)	0.3
หรือ ถ้าคิดจากสมมาตรของวัตถุกับภาพสุดท้าย (1 คะแนน) และคำนวณหา f(1) และคิดว่ากระจกโค้งเกิดสมมาตรของภาพกับวัตถุที่ $\frac{1}{X} + \frac{1}{X} = \frac{2}{R} \rightarrow X = R$ แล้วหาสมการเลนส์ครั้งแรกเดียว (1.2) และหา $L' = 12 \text{ cm}, \quad \Delta L = -8 \text{ cm}$ (ใกล้ขึ้น) (0.3)	

1.2 หยดน้ำ

1.2.1 หามุม α (1 คะแนน)

ใช้ Snell's law	0.3
ให้สามเหลี่ยมหน้าจั่วไปหา α =มุมหักเห	0.5
หา $\alpha = \arcsin(\frac{1}{n} \sin \phi)$	0.2

1.2.2 หามุม β (1.5 คะแนน)

หามุม $\hat{DAB} = \phi - \alpha$	0.3
หา β จากสามเหลี่ยม ABD (ใช้สูตรมุมประชิด หรืออื่นๆ)	0.7
หา $\delta = \pi - 2\beta$	0.3
จัดรูปสมการให้ได้คำตอบ $\delta = \pi - 4\alpha + 2\phi$	0.2

1.2.3 หามุม ϕ ซึ่งทำให้ δ มีค่าน้อยที่สุด (2.5 คะแนน)

รู้ว่า δ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $\frac{d}{d\phi} \delta = 0$	0.5
$-4 \frac{d}{d\phi} \alpha + 2 = 0$	0.3
หา $\frac{d}{d\phi} \alpha$ (1.1 คะแนน)	
วิธีที่ 1 $\frac{d}{d\phi} (\sin \alpha) = \cos \alpha \frac{d}{d\phi} \alpha$	0.3
$\frac{d}{d\phi} (\frac{1}{n} \sin \phi) = \frac{1}{n} \cos \phi$	0.3
ตั้งสมการได้ $n \cos \alpha = 2 \cos \phi$	0.2
หา $\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \phi}{n^2}}$	0.3
วิธีที่ 2	
$\frac{d}{d\phi} \alpha = \frac{d}{d\phi} (\arcsin(\frac{1}{n} \sin \phi)) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{d}{d\phi} x, \quad x = \frac{1}{n} \sin \phi$	(0.6)
$\frac{d}{d\phi} x = \frac{d}{d\phi} (\frac{1}{n} \sin \phi) = \frac{1}{n} \cos \phi$	(0.3)
ตั้งสมการ $\frac{d}{d\phi} \alpha \rightarrow \frac{\cos \phi}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \phi}{n^2}}} = \frac{1}{2}$	(0.2)
จัดรูปสมการจนได้ $n^2 - \sin^2 \phi = 4 \cos^2 \phi$ และหาคำตอบ	0.3
$\phi = \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}} \right) = \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{4 - n^2}{3}} \right)$	0.3

แนวการตรวจให้คะแนนทฤษฎีข้อ 2

2.1 คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน

พลังงานคงตัวตลอด พลังงานที่จุดเริ่มต้นยังเท่ากับพลังงานที่จุด B

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + \left\{ \frac{-kqQ}{a} \right\} = \frac{1}{2}mv_B^2 + \left\{ \frac{-kqQ}{R} \right\} \quad (1 \text{ คะแนน})$$

(ถ้าบรรยายว่าพลังงานคงตัวตลอด แต่เขียนสมการไม่ถูก ให้ 0.5 คะแนน)

$$v_B = \sqrt{v_i^2 + \frac{2kqQ}{m} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a} \right)} \quad (0.5 \text{ คะแนน})$$

2.2 พิจารณาเป็นสามช่วง คะแนนเต็ม 3 คะแนน

$$\text{ที่ } -a \leq x \leq -R; \quad F = \frac{kqQ}{x^2} \quad (0.5 \text{ คะแนน})$$

$$\text{ที่ } +R \leq x \leq +a; \quad F = -\frac{kqQ}{x^2} \quad (0.5 \text{ คะแนน})$$

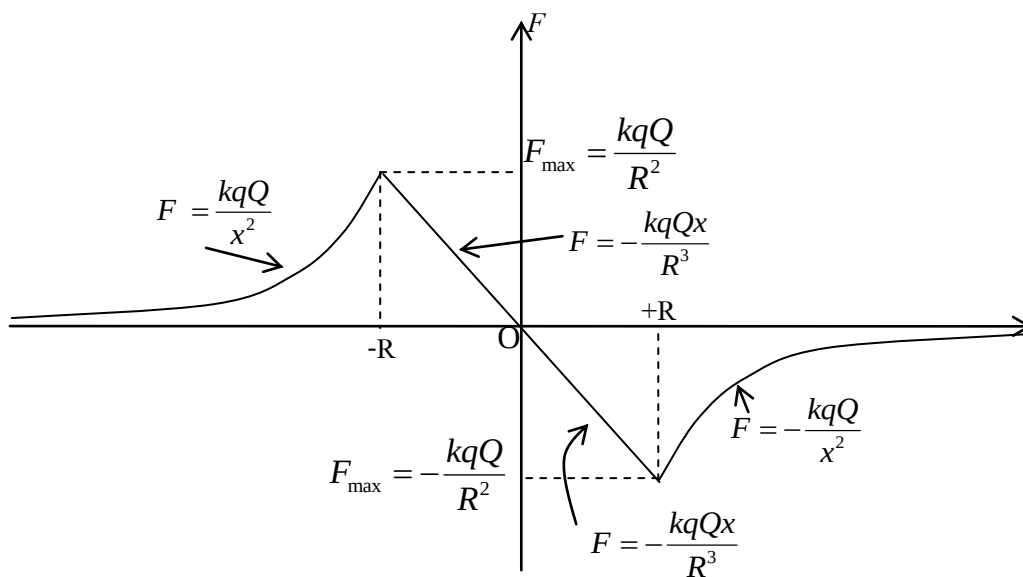
ในช่วง $-R \leq x \leq +R$ แรง $\vec{F}$ ที่ประจุ Q กระทำต่อประจุ $-q$ อยู่ในทิศ $-\hat{i}$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{kq}{x^2} \left(\frac{4}{3} \pi x^3 \right) \left(\frac{Q}{\frac{4}{3} \pi R^3} \right) (-\hat{i}) \\ &= -\frac{kqQx}{R^3} \hat{i} \end{aligned} \quad (1 \text{ คะแนน})$$

ช่วงแรก $-a \leq x \leq -R$ ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งดังรูป (0.25 คะแนน)

ช่วงที่สอง $-R \leq x \leq +R$ ลักษณะกราฟเป็นเส้นตรง (0.5 คะแนน)

ช่วงที่สาม $+R \leq x \leq +a$ ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งดังรูป (0.25 คะแนน)



2.3 คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน

งาน W ของแรง $\vec{F}$ ที่กระทำต่อประจุ $-q$ ในช่วง OB หาได้จาก

$$W = - \int_0^R \frac{kqQ}{R^3} x \, dx \quad (1 \text{ คะแนน})$$

$$= - \frac{kqQ}{R^3} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^R$$

$$= - \frac{kqQ}{2R} \quad (0.5 \text{ คะแนน}) \quad \text{คำตอบข้อ 2.3}$$

(ขนาดถูกต้อง 0.4 คะแนน เครื่องหมายถูกต้อง 0.1 คะแนน)

2.4 คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน

$$\text{จาก } W = \Delta E_k \quad (0.6 \text{ คะแนน})$$

$$- \frac{kqQ}{2R} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 \quad (0.7 \text{ คะแนน})$$

$$v_O = \sqrt{v_B^2 + \frac{kqQ}{mR}} \quad (0.2 \text{ คะแนน}) \quad \text{คำตอบข้อ 2.4}$$

2.5 จากข้อ 2.2 ในช่วง AOB แรงที่ทำต่อประจุ $-q$ จะแปรผันกับระยะทาง x และมีทิศชี้เข้าจุด O ตลอด โดยขนาดของแรง เท่ากับ $\frac{kqQ}{R^3} x$

ดังนั้น การเคลื่อนที่ในช่วง AOB บรรยายได้ด้วยการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

$$\text{ซึ่งมีความถี่เชิงมุม } \omega = \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3}} \quad (0.3 \text{ คะแนน})$$

ความเร็วสูงสุดจะอยู่ที่จุดกำเนิด O คือ v_0 ถ้าเลือกเวลาเริ่มต้นอยู่ที่จุดกำเนิด ความเร็วในช่วง OB จึงเขียนได้เป็น

$$v = v_0 \cos \omega t \quad (1.2 \text{ คะแนน})$$

ดังนั้น เวลา t ที่ประจุเคลื่อนที่จาก O ไป B หาได้จาก

$$v_B = v_0 \cos \omega t \quad (0.4 \text{ คะแนน})$$

$$= \sqrt{v_B^2 + \frac{kqQ}{mR}} \cos \omega t$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้

$$\begin{aligned} v_B^2 &= \left(v_B^2 + \frac{kqQ}{mR} \right) \cos^2 \omega t \\ \omega t &= \cos^{-1} \sqrt{\frac{v_B^2}{v_B^2 + \frac{kqQ}{mR}}} \\ t &= \sqrt{\frac{mR^3}{kqQ}} \cos^{-1} \sqrt{\frac{v_B^2}{v_B^2 + \frac{kqQ}{mR}}} \quad (2.5.1) \end{aligned} \quad \text{คำตอบรูปหนึ่งของข้อ 2.5}$$

(0.6 คะแนน)

2.5 วิธีอื่น

มีหลายวิธี ซึ่งคำตอบอาจดูแตกต่างจากคำตอบข้อ 2.5 ข้างบน แต่เทียบเท่ากับคำตอบข้างบน ตัวอย่างเช่น

2.5.1

จะหาเวลาจาก O ไป B ด้วยการหาความเร็วในช่วงจาก O ไป B ก่อน แล้วจึงหาเวลา

$$\therefore \text{สนามไฟฟ้า ที่ } r > R; E = \frac{kQ}{r^2} \quad (0.2 \text{ คะแนน})$$

$$\text{สนามไฟฟ้า ที่ } r < R; E = \frac{kQ}{R^3} r \quad (0.2 \text{ คะแนน})$$

∴ ศักย์ไฟฟ้าที่ $r > R$;

$$V = -\int_{\infty}^r \frac{kQ}{r^2} dr = \frac{kQ}{r} \quad (0.2 \text{ คะแนน})$$

ศักย์ไฟฟ้าที่ $r < R$;

$$\begin{aligned} V &= -\int_{\infty}^R \frac{kQ}{r^2} dr - \int_R^r \frac{kQ}{R^3} r dr \\ &= \frac{kQ}{R} - \frac{kQ}{2R^3} (r^2 - R^2) = \frac{kQ}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (0.4 \text{ คะแนน}) \end{aligned}$$

คู่อิทธิพลตั้งต้นคิด และจุดใดๆภายในทรงกลม ให้ v เป็นความเร็วของประจุ $-q$ ภายในทรงกลม
จะได้ว่า

$$\frac{1}{2} mv_i^2 - \frac{kqQ}{a} = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{kqQ}{2R} \left(3 - \frac{x^2}{R^2} \right) \quad (0.4 \text{ คะแนน})$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv_i^2 + \frac{kqQ}{2R} \left(3 - \frac{x^2}{R^2} \right) - \frac{kqQ}{a}$$

$$v^2 = v_i^2 + \frac{2}{m} \left[\left\{ \frac{kqQ}{2R} \left(3 - \frac{x^2}{R^2} \right) \right\} - \frac{kqQ}{a} \right]$$

$$v^2 = v_i^2 - \frac{2kqQ}{ma} + \frac{3kqQ}{mR} - \frac{kqQ}{mR^3} x^2 \quad (0.2 \text{ คะแนน}) \quad (2.5.1.1)$$

$$\text{ให้ } v_i^2 - \frac{2kqQ}{ma} + \frac{3kqQ}{mR} = C \quad (2.5.1.2)$$

$$\text{และเนื่องจาก } \frac{kqQ}{mR^3} = \omega^2 \quad (2.5.1.3)$$

ดังนั้น สมการ (2.5.1.1) จะเป็น

$$v = \sqrt{C - \omega^2 x^2} \quad (2.5.1.4)$$

เวลาที่ประจุ $-q$ เคลื่อนที่ จาก O ไป B หาได้จาก

$$t = \int_0^R \frac{dx}{v} = \int_0^R \frac{dx}{\sqrt{C - \omega^2 x^2}} = \int_0^R \frac{dx}{\omega \sqrt{\frac{C}{\omega^2} - x^2}} \quad (0.3 \text{ คะแนน})$$

$$\text{ให้ } b^2 = \frac{C}{\omega^2} \quad (2.5.1.5)$$

ดังนั้น

$$t = \frac{1}{\omega} \int_0^R \frac{dx}{\sqrt{b^2 - x^2}} \quad (2.5.1.6) \quad (0.2 \text{ คะแนน})$$

จากสูตรอินทิเกรต $\int \frac{dx}{\sqrt{b^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{b}$

สมการ (2.5.1.6) จะเป็น

$$t = \frac{1}{\omega} \left[\sin^{-1} \frac{x}{b} \right]_0^R = \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \frac{R}{b} \quad (2.5.1.7)$$

แทน b และ ω จาก (2.5.1.5) และ (2.5.1.3) ลงใน (2.5.1.7) จะได้

$$t = \sqrt{\frac{mR^3}{kqQ}} \sin^{-1} \frac{R}{\sqrt{C}} \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3}} \quad (2.5.1.8)$$

แทน C จากสมการ (2.5.1.2) ลงไป จะได้

$$t = \sqrt{\frac{mR^3}{kqQ}} \sin^{-1} R \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3 \left(v_i^2 - \frac{2kqQ}{ma} + \frac{3kqQ}{mR} \right)}}$$

แทน v_B จากคำตอบ ในข้อ 2.1 ลงไป จะได้

$$t = \sqrt{\frac{mR^3}{kqQ}} \sin^{-1} R \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3 \left(v_B^2 + \frac{kqQ}{mR} \right)}} \quad (2.5.1.9) \quad \text{คำตอบอีกรูปหนึ่งของข้อ 2.5}$$

(0.4 คะแนน)

จะตรวจสอบว่าคำตอบสมการ (2.5.1.9) เทียบเท่ากับสมการ (2.5.1)

$$\text{จาก(2.5.1.9) ให้ } \sin \theta = R \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3 \left(v_B^2 + \frac{kqQ}{mR} \right)}}$$

$$\therefore \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{R^2 kqQ}{mR^3 \left(v_B^2 + \frac{kqQ}{mR} \right)}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{kqQ}{mRv_B^2 + kqQ}}$$

$$= \sqrt{\frac{mRv_B^2}{mRv_B^2 + kqQ}} = \sqrt{\frac{v_B^2}{v_B^2 + \frac{kqQ}{mR}}}$$

เหมือนกับคำตอบแรก

2.5.2

จากสมการ $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

โดย $\omega = \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3}}$

อาจเขียนผลเฉลยได้หลายรูปแบบ แต่เทียบเท่ากัน เช่น

1. $x = C \sin \omega t + D \cos \omega t$
2. $x = E_1 \sin (\omega t + \phi_1)$
3. $x = E_2 \sin (\omega t - \phi_2)$
4. $x = E_3 \cos (\omega t + \phi_3)$
5. $x = E_4 \cos (\omega t - \phi_4)$

ส่วนเงื่อนไขนั้นก็แล้วแต่ว่าจะตั้งเวลาเริ่มต้นที่จุด A หรือ O และจะหาเวลาที่เคลื่อนที่จาก A ถึง B หรือจาก A ถึง O หรือจาก O ถึง B โดยเวลาที่เคลื่อนที่จาก A ถึง B จะเป็นสองเท่าของจาก A ถึง O หรือจาก O ถึง B

ถ้าให้เวลาเริ่มต้นอยู่ที่จุด A จะได้ว่าที่ $t = 0, x = -R, \dot{x} = +v_A$

หรือถ้าให้เวลาเริ่มต้นอยู่ที่จุด O จะได้ว่าที่ $t = 0, x = 0, \dot{x} = +v_O$

ดังนั้นวิธีทำจะมีหลายวิธี บางวิธีอาจต้องพิจารณาความสอดคล้องกับความเป็นจริงที่จุดต่างๆ

ในที่นี้จะตั้งเวลาเป็นศูนย์ที่จุด A และจะหาเวลาที่เคลื่อนที่จาก A ถึง B โดยใช้ผลเฉลยคือ

$$x = C \sin \omega t + D \cos \omega t \quad (2.5.2.1) \quad (0.3 \text{ คะแนน})$$

หาอนุพันธ์เทียบกับเวลา จะได้

$$\dot{x} = \omega C \cos \omega t - \omega D \sin \omega t \quad (2.5.2.2) \quad (0.2 \text{ คะแนน})$$

เงื่อนไขคือ $t = 0, x = -R, \dot{x} = +v_A$ (0.2 คะแนน)

ที่ $t = 0, x = -R$ แทนลงใน (2.5.2.1) จะได้ $D = -R$ (0.2 คะแนน)

ที่ $t = 0, \dot{x} = +v_B$ (เพราะ $v_B = v_A$) แทนลงใน (2.5.2.2) จะได้ $C = \frac{v_B}{\omega}$ (0.2 คะแนน)

ดังนั้น $x = \frac{v_B}{\omega} \sin \omega t - R \cos \omega t$ (2.5.2.3) (0.1 คะแนน)

และ $\dot{x} = v_B \cos \omega t + \omega R \sin \omega t$ (2.5.2.4) (0.1 คะแนน)

ในการหาเวลาจาก A ไป B อาจหาได้โดยใช้ทั้ง (2.5.2.3) และ (2.5.2.4) หรือใช้ (2.5.2.3) เพียงสมการเดียว หรือใช้ (2.5.2.4) เพียงสมการเดียว

ในที่นี้จะหาโดยใช้ทั้ง (2.5.2.3) และ (2.5.2.4)

เมื่อประจุ $-q$ เคลื่อนถึงจุด B ให้ $t = t$, $x = +R$, $\dot{x} = +v_B$ (0.2 คะแนน)

จาก (2.5.2.3); $+R = \frac{v_A}{\omega} \sin \omega t - R \cos \omega t$ (2.5.2.5) (0.1 คะแนน)

จาก (2.5.2.4); $v_A = v_A \cos \omega t + \omega R \sin \omega t$ (2.5.2.6) (0.1 คะแนน)

คูณ (2.5.2.5) ด้วย v_A/R ; $v_A = \frac{v_A^2}{\omega R} \sin \omega t - v_A \cos \omega t$ (2.5.2.7)

(2.5.2.6) + (2.5.2.7); $2 v_A = \left(\frac{v_A^2}{\omega R} + \omega R \right) \sin \omega t$

$$\sin \omega t = \left[\frac{2\omega R}{v_A^2 + (\omega R)^2} \right] v_A \quad (0.4 \text{ คะแนน})$$

คือ เวลาจาก A ไป B $= \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \left[\frac{2\omega R v_B}{v_B^2 + (\omega R)^2} \right]$ (0.1 คะแนน)

ดังนั้นเวลาจาก O ไป B $= \frac{1}{2\omega} \sin^{-1} \left[\frac{2\omega R v_B}{v_B^2 + (\omega R)^2} \right]$ (2.5.2.8) (0.2 คะแนน)

แทน $\omega = \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3}}$ ลงไปจะได้

เวลาจาก O ไป B $t = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{mR^3}{kqQ}} \sin^{-1} R \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3 \left(v_B^2 + \frac{kqQ}{mR} \right)}}$ (2.5.2.9)

เป็นคำตอบอีกรูปหนึ่งของข้อ 2.5 (0.1 คะแนน)

จะตรวจสอบว่าคำตอบสมการ (2.5.2.9) เทียบเท่ากับสมการ (2.5.1.9)

จากสมการ (2.5.1.9)

$$t = \sqrt{\frac{mR^3}{kqQ}} \sin^{-1} R \sqrt{\frac{kqQ}{mR^3 \left(v_B^2 + \frac{kqQ}{mR} \right)}}$$

เขียนในพจน์ของ ω จะได้

$$t = \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \left[\frac{\omega R}{\sqrt{v_B^2 + (\omega R)^2}} \right]$$

คือ $\sin \omega t = \frac{\omega R}{\sqrt{v_B^2 + (\omega R)^2}}$

$$\therefore \cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t} = \sqrt{1 - \frac{(\omega R)^2}{v_B^2 + (\omega R)^2}} = \frac{v_B}{\sqrt{v_B^2 + (\omega R)^2}}$$

จาก $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

$$\begin{aligned} \therefore \sin 2\omega t &= 2 \sin \omega t \cos \omega t \\ &= 2 \left[\frac{\omega R}{\sqrt{v_B^2 + (\omega R)^2}} \right] \left[\frac{v_B}{\sqrt{v_B^2 + (\omega R)^2}} \right] = \left[\frac{2\omega R}{v_B^2 + (\omega R)^2} \right] v_B \\ t &= \frac{1}{2\omega} \sin^{-1} \left[\frac{2\omega R}{v_B^2 + (\omega R)^2} \right] v_B \end{aligned} \quad (2.5.2.10)$$

สมการ (2.5.2.10) คือสมการเดียวกับ (2.5.2.8) ซึ่งก็คือสมการเดียวกับ (2.5.2.9) นั่นเอง

จะเห็นว่าสมการ (2.5.1) เทียบเท่ากับ (2.5.1.9) เทียบเท่ากับ (2.5.2.9)

คำตอบรูปอื่นๆของข้อ 2.5 ก็สามารถพิสูจน์ได้ว่าเทียบเท่ากันทั้งนั้น

แนวการตรวจให้คะแนนข้อที่ 3

การให้คะแนนแบ่งเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นการเขียนสมการ ส่วนที่สองคือความถูกต้องของคำตอบ

“คำตอบเป็นตัวเลข” หมายถึงคำตอบที่มาจากการแก้สมการ ซึ่งเป็นสมการที่สามารถหาตัวไม่รู้ค่าได้ ตัวอย่างเช่น

ก) $x + y = 5$

$$x - y = 1$$

แก้สมการได้ $x = 3$, $y = 1$ ถือว่ามีคำตอบเป็นตัวเลข

หรือแก้สมการได้ $x = 5$, $y = 7$ ซึ่งผิด ก็ยังถือว่ามีคำตอบเป็นตัวเลข เพราะสมการสองสมการข้างบน สามารถแก้สมการหาตัวไม่รู้ค่าได้

ข) $x + y = 7$

$$2x + 2y = 14$$

นักเรียน แก้สมการได้ $x = 3$, $y = 1$ ถือว่าไม่มีคำตอบเป็นตัวเลข เพราะสมการสองสมการข้างบน ไม่เป็นอิสระ (independent)ต่อกัน จึงไม่สามารถแก้สมการหาตัวไม่รู้ค่าได้ แต่นักเรียนเอาตัวเลขจากไหนไม่รู้ มาตอบ

3.1 กรณี A อยู่นิ่ง ปล่อยให้ B ไถล (2 คะแนน)

แบ่งเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1.ส่วนแรก คะแนนเต็ม 1.2 คะแนน

ให้สมการละ 0.6 คะแนน รวม 1.2 คะแนน

2. ส่วนที่สอง คะแนนเต็ม 0.8 คะแนน

แก้สมการได้ถูกต้องให้คำตอบละ 0.4 คะแนน รวม 0.8 คะแนน

เฉลย 3.1

ให้ a เป็นความเร่งของ B ในแนวพื้นเอียง

พิจารณา B เป็นระบบ คูในแนวนอนกับผิวของ A

$$4g \sin 37^\circ - T = 4a$$

$$23.52 - T = 4a$$

$$(3.1.1) \text{_____} (0.6 \text{ คะแนน})$$

ให้ R เป็นรัศมีของรอก คูที่ C

$$TR = I\alpha = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

$$T = a$$

$$(3.1.2) \text{_____} (0.6 \text{ คะแนน})$$

จากสมการที่ (3.1.1) และ (3.1.2) จะได้

$$T = 4.704 = 4.70 \text{ วินาที} \quad \text{คำตอบข้อ 3.1.1) } \underline{\hspace{2cm}} (0.4 \text{ คะแนน})$$

$$a = 4.704 = 4.70 \text{ เมตร/วินาที}^2 \quad \text{คำตอบข้อ 3.1.2) } \underline{\hspace{2cm}} (0.4 \text{ คะแนน})$$

หมายเหตุ คำตอบอาจไม่ใช่หน่วยก็ได้ เพราะโจทย์ระบุหน่วยอยู่แล้ว

3.2 กรณีที่เชือกขาด B ไถล และ A ไถล (3 คะแนน)

คะแนน 2 ส่วน ของข้อ 3.2 แบ่ง เป็นดังนี้

- ส่วนแรกตั้งสมการการเคลื่อนที่ (2.1 คะแนน)
- ส่วนที่สองแก้สมการหาความเร่งของ A (0.9 คะแนน)

1. ส่วนแรก คะแนนเต็ม 2.1 คะแนน

1.1 ถ้าเขียนสมการได้อย่างน้อย 3 สมการ ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน และมีคำตอบเป็นตัวเลขของ a_A และ $a_{B/A}$ (ตัวเลขอาจผิดก็ได้ถ้าแก้สมการผิด) ให้เต็ม 2.1 คะแนน

1.2 ถ้าเขียนสมการได้ 1 หรือ 2 หรือ 3 หรืออื่นๆสมการ (หนึ่งระบบเขียนได้ไม่เกิน 2 ทศ) แต่ไม่มีคำตอบเป็นตัวเลข ของ a_A หรือ $a_{B/A}$ (เพราะสมการไม่ครบหรือสมการอาจไม่เป็นอิสระต่อกัน) ให้สมการละ 0.5 คะแนน แต่รวมแล้วไม่เกิน 1.5 คะแนน

1.3 ถ้าเขียนสมการได้อย่างน้อย 2 สมการ ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน และมีคำตอบเป็นตัวเลขของ a_A หรือ $a_{B/A}$ ที่ถูกต้อง คะแนนส่วนแรกนี้ได้อย่างน้อย 1.5 คะแนน (แม้สมการต่อมาจะผิด)

1.4 จากข้อ 1.1 – 1.3 ให้เลือกใช้ข้อที่ทำให้นักเรียนได้คะแนนมากที่สุด

ส่วนที่สอง คะแนนเต็ม 0.9 คะแนน

ถ้าแก้สมการได้ a_A และ $a_{B/A}$ ถูกทั้งสองข้อให้ 0.9 คะแนน

ถ้าแก้สมการได้ a_A และ $a_{B/A}$ ถูกข้อใดข้อหนึ่งให้ 0.5 คะแนน

หมายเหตุ คำตอบอาจไม่ใช่หน่วยก็ได้ เพราะโจทย์ระบุหน่วยอยู่แล้ว

ในส่วนที่สองนี้จะดูที่ 2 คำตอบนี้เท่านั้น

(ถ้าแก้สมการได้ตัวอื่นถูก เช่น N , ถูก ไม่ได้คะแนน เพราะโจทย์ไม่ได้ถาม ในทางกลับกันถ้า N , ผิด ก็ไม่หักคะแนน)

เฉลย 3.2

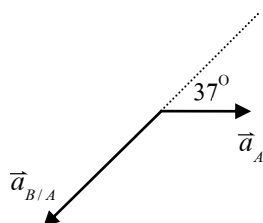
กล่อง B จะไถลลง โดย A และ C จะเคลื่อนไปทางขวา

ให้ $\vec{a}_A$ คือความเร่งของ A และ C สัมพันธ์จากผู้สังเกตที่อยู่นิ่ง

$\vec{a}_{B/A}$ คือความเร่งของ B สัมพัทธ์กับ A

ทิศของความเร่งทั้งสองเป็นดังรูป

ความเร่งของ B สังเกตจากผู้สังเกตที่อยู่บนกรอบอ้างอิงเฉื่อย จะเท่ากับ $\vec{a}_{B/A} + \vec{a}_A$



ให้ N_I เป็นแรงที่ A กระทำต่อ B

N_2 เป็นแรงที่พื้นกระทำต่อ A

การเลือกกรอบเพื่อเขียนสมการการเคลื่อนที่นั้นเลือกได้หลายวิธีและอาจดูได้หลายทิศ

ตัวอย่างเช่น

1) พิจารณา B เป็นระบบ

ดูในแนวนอนกับผิวของ A

$$4g \sin 37^\circ = 4(a_{B/A} - a_A \cos 37^\circ) \quad (3.2.1)$$

ดูในแนวตั้งฉากกับผิวของ A

$$4g \cos 37^\circ - N_I = 4a_A \sin 37^\circ \quad (3.2.2)$$

หรือดูในแนวดิ่ง

$$4g - N_I \cos 37^\circ = 4(a_{B/A} \sin 37^\circ) \quad (3.2.3)$$

หรือ ดูในแนวระดับ

$$N_I \sin 37^\circ = 4(a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) \quad (3.2.4)$$

2) พิจารณา A และรถ C เป็นระบบ

ดูในแนวระดับ

$$N_I \sin 37^\circ = (10+2)a_A \quad (3.2.5)$$

ดูในแนวดิ่ง

$$(10+2)g + N_I \cos 37^\circ - N_2 = 0 \quad (3.2.6)$$

3) พิจารณา A , B และรอก C เป็นระบบ

ดูในแนวระดับ ความเร่งของศูนย์กลางมวลในแนวระดับเป็นศูนย์
(หรือโมเมนตัมของระบบในแนวระดับคงที่ แล้วหาอนุพันธ์เทียบกับเวลา)

$$4 (a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) = (10+2) a_A \quad (3.2.7)$$

ดูในแนวดิ่ง ความเร่งของศูนย์กลางมวลในแนวระดับตั้ง หาได้จาก

$$a = \frac{4 a_{B/A} \sin 37^\circ}{10+4+2} \quad \text{ทีศลง}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } (10+4+2) g - N_2 &= (10+4+2) a \\ (10+4+2) g - N_2 &= 4 (a_{B/A} \sin 37^\circ) \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

จากสมการการเคลื่อนที่ดังกล่าวข้างต้นรวมทั้งสมการอื่นๆอีก(โดยสมการต้องเป็นอิสระต่อกัน) ถ้าเราเลือกจำนวนสมการให้เท่ากับ(หรือมากกว่า) ตัวไม่รู้ค่า ก็สามารถแก้สมการได้ ซึ่งแต่ละคนอาจเลือกระบบแตกต่างกัน ดังนั้นจำนวนสมการก่อนลงมือแก้สมการอาจไม่เท่ากัน

ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 3.2.1

$$4 (a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) = (10+2) a_A \quad (3.2.7)$$

$$4g - N_I \cos 37^\circ = 4 (a_{B/A} \sin 37^\circ) \quad (3.2.3)$$

$$N_I \sin 37^\circ = 4 (a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) \quad (3.2.4)$$

แก้สมการได้ $a_A = 1.4$ เมตร/วินาที² ถูกต้อง คำตอบข้อ 3.2.1

$a_{B/A} = 7$ เมตร/วินาที² ถูกต้อง คำตอบข้อ 3.2.2

และ $N_I = 28$ นิวตัน ถูกต้อง

สมการ (3.2.7) (3.2.3) (3.2.4) เป็นสมการเชิงเส้น 3 สมการ มีตัวไม่รู้ค่า 3 ตัว คือ a_A , $a_{B/A}$ และ N_I

และเป็นสมการที่ถูกต้องทั้ง 3 สมการ ซึ่งสามารถนำไปแก้หา a_A , $a_{B/A}$ และ N_I ได้ (คือเป็นอิสระต่อกัน) ได้คะแนน 2.1 คะแนน

คำตอบ a_A และ $a_{B/A}$ เป็นคำตอบที่ถูกต้อง ได้ 0.9 คะแนน

ถ้าแก้สมการแล้ว a_A และ $a_{B/A}$ ถูก แต่ N_I ผิด ก็ให้เต็มเช่นกัน (คือส่วนนี้ได้ 0.9 คะแนน)

a_A ถูก $a_{B/A}$ ผิด แต่ N_I ถูก ส่วนนี้ได้ 0.5 คะแนน

ตัวอย่างที่ 3.2.2 สมมตินักเรียนเขียนสมการดังนี้

$$4(a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) = (10+2)a_A \quad (3.2.7)$$

$$4g - N_I \cos 37^\circ = 4(a_{B/A} \sin 37^\circ) \quad (3.2.3)$$

$$N_I \sin 37^\circ = 4(a_{B/A} \cos 37^\circ) \quad (3.2.4.1)$$

สมการ (3.2.4.1) ผิด เนื่องจากความเร่งไม่ใช่ความเร่งที่สังเกตจากกรอบอ้างอิงเฉื่อย ในขณะที่อีก 2 สมการถูก ดังนั้น จะได้คะแนนเพียง 1 คะแนน เท่านั้น และจะไม่ได้คะแนนในส่วนคำตอบเป็นตัวเลขเพราะคำตอบที่ได้ เป็นคำตอบที่ผิด (แม้บังเอิญคำตอบถูกก็จะได้ไม่ได้คะแนน)

ตัวอย่างที่ 3.2.3

$$4g \cos 37^\circ - N_I = 4a_A \sin 37^\circ \quad (3.2.2)$$

$$N_I \sin 37^\circ = (10+2)a_A \quad (3.2.5)$$

$$(10+2)g + N_I \cos 37^\circ - N_2 = 0 \quad (3.2.6)$$

$$(10+4+2)g - N_2 = 4(a_{B/A} \sin 37^\circ) \quad (3.2.8)$$

และมีคำตอบเป็นตัวเลขของ a_A หรือ $a_{B/A}$ (คำตอบอาจผิดก็ได้)

สมการข้างบน เป็นสมการเชิงเส้น 4 สมการ มีตัวไม่รู้ค่า 4 ตัว คือ a_A , $a_{B/A}$, N_I และ N_2 ซึ่งสามารถนำไปแก้หา a_A , $a_{B/A}$ ได้ ได้คะแนนส่วนแรก 2.1 คะแนนเต็ม

ตัวอย่างที่ 3.2.4

$$4g \cos 37^\circ - N_I = 4a_A \sin 37^\circ \quad (3.2.2)$$

$$N_I \sin 37^\circ = (10+2)a_A \quad (3.2.5)$$

สองสมการนี้ก็สามารถแก้หา a_A ได้แล้ว ถ้านักเรียนมีคำตอบ a_A เป็นตัวเลขที่ถูกต้อง ได้คะแนน จากส่วนแรกอย่างน้อย 1.5 คะแนน

ตัวอย่างที่ 3.2.5

$$4g \sin 37^\circ = 4(a_{B/A} - a_A \cos 37^\circ) \quad (3.2.1)$$

$$4g \cos 37^\circ - N_1 = 4a_A \sin 37^\circ \quad (3.2.2)$$

$$(10+2)g + N_1 \cos 37^\circ - N_2 = 0 \quad (3.2.6)$$

$$(10+4+2)g - N_2 = 4(a_{B/A} \sin 37^\circ) \quad (3.2.8)$$

เป็นสมการเชิงเส้น 4 สมการ มีตัวไม่รู้ค่า 4 ตัว คือ a_A , $a_{B/A}$, N_1 และ N_2 แต่สมการเหล่านี้ไม่สามารถนำไปใช้หา a_A และ $a_{B/A}$ ได้ เพราะเป็นสมการที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน ได้คะแนนส่วนแรก 1.5 คะแนน

3.3 กรณี B ไถล A ไถล เชือกไม่ขาด รอกหมุน(5 คะแนน)

การให้คะแนนจะแบ่งเป็น 2 ส่วน เช่นเดียวกับในข้อ 3.2

-ส่วนแรกการตั้งสมการการเคลื่อนที่ (3 คะแนน)

-ส่วนที่สองการแก้สมการหาคำตอบที่ถูกต้อง (2 คะแนน)

1. ส่วนแรก คะแนนเต็ม 3 คะแนน

1.1 ถ้าเขียนสมการได้อย่างน้อย 4 สมการ ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน และมีคำตอบเป็นตัวเลขของ a_A และ $a_{B/A}$ และ T และ N_1 (ตัวเลขอาจผิดก็ได้ถ้าแก้สมการผิด) ให้เต็ม 3 คะแนน

1.2 ถ้าเขียนสมการได้ 1 หรือ 2 หรือ 3 หรืออื่นๆสมการ (หนึ่งระบบเขียนได้ไม่เกิน 2 ทิศ) แต่ไม่มีคำตอบเป็นตัวเลข ของ a_A หรือ $a_{B/A}$ หรือ T หรือ N_1 (เพราะสมการไม่ครบหรือสมการอาจไม่เป็นอิสระต่อกัน) ให้สมการละ 0.75 คะแนน แต่รวมแล้วไม่เกิน 2.25 คะแนน

1.3 ถ้าเขียนสมการได้อย่างน้อย 2 สมการ ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน และมีคำตอบเป็นตัวเลขของ a_A หรือ $a_{B/A}$ หรือ T หรือ N_1 ที่ถูกต้อง คะแนนส่วนแรกนี้ได้อย่างน้อย 2.25 คะแนน (แม้สมการต่อมาจะผิด)

1.4 จากข้อ 1.1 – 1.3 ให้เลือกใช้ข้อที่ทำให้นักเรียนได้คะแนนมากที่สุด

ส่วนที่สอง คะแนนเต็ม 2 คะแนน

ถ้าแก้สมการได้ a_A ถูกให้ 0.5 คะแนน

ถ้าแก้สมการได้ $a_{B/A}$ ถูกให้ 0.5 คะแนน

ถ้าแก้สมการได้ T ถูกให้ 0.5 คะแนน

ถ้าแก้สมการได้ N_1 ถูกให้ 0.5 คะแนน

หมายเหตุ คำตอบอาจไม่ใช่หน่วยก็ได้ เพราะโจทย์ระบุหน่วยอยู่แล้ว

ในส่วนนี้จะดูที่ 4 คำตอบนี้เท่านั้น

(ถ้าแก้สมการได้ตัวอื่นถูก เช่น N_2 ถูก ไม่ได้คะแนน เพราะโจทย์ไม่ได้ถาม ในทางกลับกันถ้า N_2 ผิด ก็ไม่หักคะแนน)

คำตอบที่ถูกต้องในข้อ 3.3 คือ

$$a_A = 1.08 \quad \text{เมตร/วินาที}^2 \quad \text{คำตอบข้อ 3.3.1}$$

$$a_{B/A} = 5.40 \quad \text{เมตร/วินาที}^2 \quad \text{คำตอบข้อ 3.3.2}$$

$$T = 5.40 \quad \text{นิวตัน} \quad \text{คำตอบข้อ 3.3.3}$$

$$\text{แรงที่ } B \text{ กระทำต่อ } A = 28.8 \text{ นิวตัน} \quad \text{คำตอบข้อ 3.3.4}$$

เฉลย 3.3

กล่อง B จะไถลลง โดยรอก C จะหมุน ด้วย ซึ่ง A และ C จะเคลื่อนไปทางขวา

ให้ $\vec{a}_A$ คือความเร่งของ A และ C สัมพันธ์จากผู้สังเกตที่อยู่นิ่ง

$\vec{a}_{B/A}$ คือความเร่งของ B สัมพันธ์กับ A

ทิศของความเร่งทั้งสองเหมือนกับข้อ 3.2

T เป็นแรงดึงเชือก

N_1 เป็นแรงที่ A กระทำต่อ B

N_2 เป็นแรงที่พื้นกระทำต่อ A

การเลือกระบบเพื่อเขียนสมการการเคลื่อนที่นั้นเลือกได้หลายวิธีและอาจได้หลายทิศ

ตัวอย่างเช่น

1) พิจารณา B เป็นระบบ

ดูในแนวนอนกับผิวของ A

$$4g \sin 37^\circ - T = 4(a_{B/A} - a_A \cos 37^\circ) \quad (3.3.1)$$

ดูในแนวตั้งฉากกับผิวของ A

$$4g \cos 37^\circ - N_1 = 4 a_A \sin 37^\circ \quad (3.3.2)$$

หรือดูในแนวตั้ง

$$4g - N_1 \cos 37^\circ - T \sin 37^\circ = 4 (a_{B/A} \sin 37^\circ) \quad (3.3.3)$$

หรือ ดูในแนวระดับ

$$N_1 \sin 37^\circ - T \cos 37^\circ = 4 (a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) \quad (3.3.4)$$

2) พิจารณา A และรอก C เป็นระบบ

ดูในแนวระดับ

$$N_1 \sin 37^\circ - T \cos 37^\circ = (10+2) a_A \quad (3.3.5)$$

ดูในแนวตั้ง

$$(10+2)g + N_1 \cos 37^\circ + T \sin 37^\circ - N_2 = 0 \quad (3.3.6)$$

3) พิจารณา A , B เชือก และรอก C เป็นระบบ

ดูในแนวระดับ ความเร่งของศูนย์กลางมวลในแนวระดับเป็นศูนย์

$$4 (a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) = (10+2) a_A \quad (3.3.7)$$

ดูในแนวตั้ง ความเร่งของศูนย์กลางมวลในแนวระดับตั้ง หาได้จาก

$$a = \frac{4 a_{B/A} \sin 37^\circ}{10+4+2} \quad \text{ทีศลง}$$

$$\text{ดังนั้น } (10+4+2) g - N_2 = (10+4+2) a$$

$$(10+4+2) g - N_2 = 4 (a_{B/A} \sin 37^\circ) \quad (3.3.8)$$

4. พิจารณารอก C เป็นระบบ

$$TR = I \alpha = \left(\frac{1}{2} M R^2 \right) \left(\frac{a_{B/A}}{R} \right)$$

$$T = a_{B/A} \quad (3.3.9)$$

จากสมการการเคลื่อนที่ดังกล่าวข้างต้นรวมทั้งสมการอื่นๆอีก(โดยสมการต้องเป็นอิสระต่อกัน) ถ้าเราเลือกจำนวนสมการให้เท่ากับ(หรือมากกว่า) ตัวไม่รู้ค่า ก็สามารถแก้สมการได้ ซึ่งแต่ละคนอาจเลือกระบบแตกต่างกัน ดังนั้นจำนวนสมการก่อนลงมือแก้สมการอาจไม่เท่ากัน

ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 3.3.1

$$4g \sin 37^\circ - T = 4(a_{B/A} - a_A \cos 37^\circ) \quad (3.3.1)$$

$$4(a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) = (10+2)a_A \quad (3.3.7)$$

$$T = a_{B/A} \quad (3.3.9)$$

แก้สมการได้ $a_A = 2.08$ เมตร/วินาที² ผิด คำตอบที่ถูกต้องคือ 1.08 เมตร/วินาที²

$a_{B/A} = 6.40$ เมตร/วินาที² ผิด คำตอบที่ถูกต้องคือ 5.40 เมตร/วินาที²

$T = 6.40$ นิวตัน ผิด คำตอบที่ถูกต้องคือ 5.40 นิวตัน

ได้คะแนนส่วนแรก 2.25 คะแนน (เพราะสมการทั้งสามเป็นสมการที่สามารถหาตัวไม่รู้ค่าได้)

ตัวอย่างที่ 3.3.2

$$4g \sin 37^\circ - T = 4(a_{B/A} - a_A \cos 37^\circ) \quad (3.3.1)$$

$$4(a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) = (10+2)a_A \quad (3.3.7)$$

$$T = a_{B/A} \quad (3.3.9)$$

แก้สมการได้ $a_A = 2.08$ เมตร/วินาที² ผิด

$a_{B/A} = 6.40$ เมตร/วินาที² ผิด

$T = 6.40$ นิวตัน ผิด

$$4g \cos 37^\circ - N_I = 4a_A \sin 37^\circ \quad (3.3.2)$$

แก้สมการได้ $N_I = 26.37$ นิวตัน ผิด เพราะผิดมาจาก a_A

คำตอบที่ถูกต้องคือ 28.77 นิวตัน

ได้คะแนนส่วนแรก 3 คะแนน ส่วนที่สอง ศูนย์คะแนน

ตัวอย่างที่ 3.3.3

$$4g \sin 37^\circ - T = 4(a_{B/A} - a_A \cos 37^\circ) \quad (3.3.1)$$

$$N_I \sin 37^\circ - T \cos 37^\circ = 4(a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) \quad (3.3.4)$$

$$N_I \sin 37^\circ - T \cos 37^\circ = (10+2)a_A \quad (3.3.5)$$

$$T = a_{B/A} \quad (3.3.9)$$

จากสมการที่ (3.3.4) และ (3.3.5) จะได้

$$4 (a_{B/A} \cos 37^\circ - a_A) = (10+2) a_A$$

ซึ่งก็คือสมการ (3.3.7) นั่นเอง

ถ้ามีคำตอบเป็นตัวเลขของ a_A หรือ $a_{B/A}$ หรือ T หรือ N_I ส่วนแรกได้คะแนน 2.25 คะแนน

ถ้ามีคำตอบเป็นตัวเลขของ a_A และ $a_{B/A}$ และ T และ N_I ส่วนแรกได้ 3 คะแนน เต็ม

หมายเหตุ ในข้อ 3.2 และ 3.3 เนื่องจากทั้ง A B และ C มีความเร่ง a_A ทิศไปทางขวา จึงอาจมองได้คล้ายกับว่ามีแรงเฉื่อย (inertial force) ขนาด $10 a_A$ $4 a_A$ และ $2 a_A$ ทิศไปทางซ้ายมือกระทำต่อ A B และ C ตามลำดับ แล้วเขียนสมการการเคลื่อนที่จากกรอบอ้างอิงที่มีความเร่ง a_A นี้ ซึ่งก็จะได้สมการเหมือนกับสมการที่ เขียนจากกรอบอ้างอิงเฉื่อย