

แนวการตรวจให้คะแนน (Marking Scheme) ข้อสอบทฤษฎี

ข้อที่ 1

1. 1

สมมติให้ระยะ $L > f$

เริ่มจากระยะวัตถุ $u = \infty$ แทนค่าใน $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ เมื่อผ่านเลนส์นูน จะได้ระยะภาพ $v = f$ [1 คะแนน]

สำหรับเลนส์เว้า จะมีระยะวัตถุเป็น $u' = L - v = L - f$

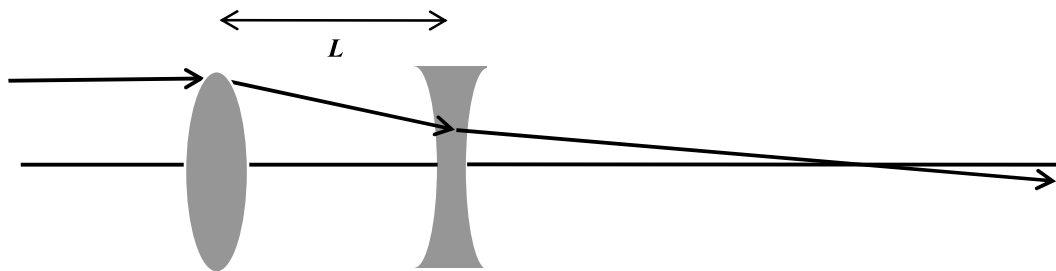
แทนค่าจะได้ $\frac{1}{u'} + \frac{1}{v'} = \frac{1}{-f}$

$$\frac{1}{v'} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{u'} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{L-f}$$

$$\frac{1}{v'} = -\frac{L}{f(L-f)} \quad \text{----- (1)} \quad [1 \text{ คะแนน}]$$

จะเกิดภาพจริงเมื่อระยะภาพหลังจากผ่านเลนส์เว้า $v' > 0$ นั่นคือ เมื่อ $L < f$ [0.5 คะแนน]

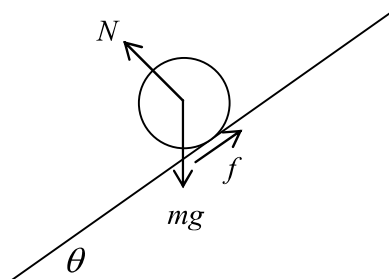
หมายเหตุ ในกรณีที่ตอบว่า $L < f$ โดยไม่มีคำอธิบายให้คะแนน 0.4 คะแนน



หมายเหตุ ถ้าใช้ $L < f$ จะได้ $u' = -(f - v) = L - f$ ซึ่งจะได้ผลเช่นเดียวกัน

ความยาวโฟกัสของเลนส์ประกอบ f_o วัดจากตำแหน่งภาพถึงเลนส์นูน คือ $f_o = v' + L = \frac{f(f-L)}{L} + L$
[0.5 คะแนน]

1. 2



เขียนรูป

[0.2 คะแนน]

การเคลื่อนที่เชิงเส้น $mg \sin \theta - f = ma$ (1) [0.4 คะแนน]

การเคลื่อนที่เชิงมุม $fR = I\alpha = \frac{1}{2}mR^2\alpha$ (2) [0.4 คะแนน]

คูณ (1) ด้วย R แล้วรวมกับ (2) $mgR \sin \theta = maR + \frac{1}{2}mR^2\alpha$

ดังนั้น $g \sin \theta = a + \frac{1}{2}R\alpha$ (3)

เมื่อวัตถุกลิ้งอย่างเดียวน $f < \mu N$ $a = R\alpha$

จาก (3) $g \sin \theta = a + \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a$ จะได้ $a = \frac{2}{3}g \sin \theta$ [0.5 คะแนน]

นำไปแทนค่าใน (1) จะได้ $f = mg \sin \theta - ma = mg \sin \theta - \frac{2}{3}mg \sin \theta = \frac{1}{3}mg \sin \theta$ [0.5 คะแนน]

แรงในแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง $N = mg \cos \theta$

จากเงื่อนไข $f \leq \mu N$ ดังนั้น $\frac{1}{3}mg \sin \theta \leq \mu mg \cos \theta$

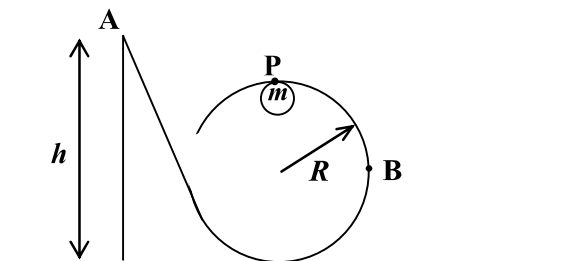
นั่นคือ $\mu \geq \frac{1}{3} \tan \theta$ [1 คะแนน]

หมายเหตุ ถ้าตอบว่า $\mu = \frac{1}{3} \tan \theta$ หรือ $\mu > \frac{1}{3} \tan \theta$ อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

จะได้คะแนน 0.5 คะแนน

1.3

1.3 (i)



ที่จุด P $N = 0$ และ $\frac{mv^2}{R} = mg$ หรือ $mv^2 = mgR$ [0.5 คะแนน]

$v = r\omega$ และ $\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}mr^2\omega^2 = \frac{1}{5}mv^2$ [0.5 คะแนน]

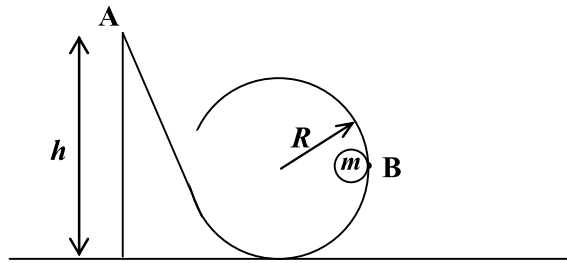
จากหลักการอนุรักษ์พลังงาน $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + 2mgR$ [0.5 คะแนน]

จะได้ $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 + 2mgR = \frac{7}{10}mv^2 + 2mgR = \frac{7}{10}mgR + 2mgR$

$mgh = \frac{27}{10}mgR$

ดังนั้น $h = 2.7R$ [0.5 คะแนน]

1.3 (ii)



ที่จุด B $N = \frac{mv^2}{R}$ [0.5 คะแนน]

จากหลักการอนุรักษ์พลังงาน $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 + mgR$ [0.5 คะแนน]

จะได้ $mgh = \frac{7}{10}mv^2 + mgR$

ดังนั้น $mg(\frac{27}{10}R) = \frac{7}{10}mv^2 + mgR$

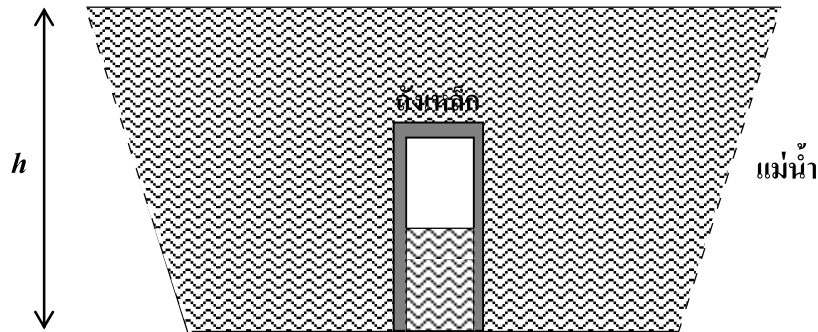
$\frac{17}{10}mgR = \frac{7}{10}mv^2$

ดังนั้น $v^2 = \frac{17}{7}gR$ [0.5 คะแนน]

และจะได้ $N = \frac{mv^2}{R} = \frac{17}{7}mg = 2.4mg$ [0.5 คะแนน]

ข้อที่ 2

การจมของเหล็กในแม่น้ำมีลักษณะดังรูป



2 (ก) เมื่ออุณหภูมิคงที่ $P_1V_1 = P_2V_2$ (1) [0.5 คะแนน]

$P_1 = P_a$ และ $V_1 = LA$

$P_h = P_a + \rho gh = P_2 + \rho g \frac{L}{2}$

ดังนั้น $P_2 = P_a + \rho g(h - \frac{L}{2})$ (2) [1 คะแนน]

$$V_2 = \frac{LA}{2}$$

แทนค่า V_2 ลงใน (1)

$$P_a LA = (P_a + \rho g(h - \frac{L}{2})) \frac{L}{2} A \quad [1 \text{ คะแนน}]$$

$$P_a \frac{L}{2} = \rho g(h - \frac{L}{2}) \frac{L}{2}$$

$$h = \frac{L}{2} + \frac{P_a}{\rho g} = \frac{8.0}{2} + \frac{1.013 \times 10^5}{1 \times 10^3 \times 10} = 4.0 + 10.13 \cong 14.1 \text{ เมตร} \quad [1.5 \text{ คะแนน}]$$

หมายเหตุ คำตอบต้องเป็น 14 หรือ 14.1 หรือ 14.13 เท่านั้น จึงจะได้คะแนนเต็มในส่วนนี้

2 (ข) ถ้าต้องการดันน้ำออกให้หมด

$$\text{ต้องใช้ความดัน } P_3 = P_h = P_a + \rho gh \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

$$= P_a + \rho g(\frac{L}{2} + \frac{P_a}{\rho g}) \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

$$= 2P_a + \rho g \frac{L}{2}$$

$$= 2 \times 1.013 \times 10^5 + 10^3 \times 10 \times \frac{8}{2}$$

$$= (2.026 + 0.4) \times 10^5$$

$$= 2.426 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \quad [1 \text{ คะแนน}]$$

$$\text{เดิม } P_1 V_1 = n_1 R T_1$$

$$P_3 V_3 = n_3 R T_3$$

$$V_1 = V_3 \quad \text{และ } T_1 = T_3 \quad \text{ดังนั้น } \frac{P_3}{P_1} = \frac{n_3}{n_1} \quad [1 \text{ คะแนน}]$$

$$n_3 = \frac{P_3}{P_1} n_1 = \frac{2.426 \times 10^5}{1.013 \times 10^5} n_1 = 2.39 n_1 \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

$$\text{ดังนั้น ต้องเติมอากาศอีก } 1.39 \approx 1.4 \text{ เท่า} \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

หมายเหตุ วิธีการหรือตัวเลขอาจต่างแต่จะได้คะแนนเต็ม คำตอบที่ได้ต้องมีที่มาที่ไปอย่างถูกต้อง

2 (ค) แรงกดคือ แรงลงลบด้วยแรงยกที่กระทำบนเหล็ก คือ

$$P_3 A - (P_a + \rho g(h - L)) A = [(P_a + \rho gh) - (P_a + \rho g(h - L))] A$$

$$= \rho g L A \quad [1.5 \text{ คะแนน}]$$

$$\text{ดังนั้น มวลที่ต้องใช้ คือ } \frac{\rho g L A}{g} = \rho L A = 1 \times 10^3 \times 8 \times 5 = 40 \times 10^3 \text{ kg} \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

ข้อที่ 3

3 (ก) เมื่ออิเล็กตรอนอยู่ที่ระยะ x ห่างจากจุดศูนย์กลาง สนามไฟฟ้า ณ จุดนั้น หาได้จากกฎของเกาส์ โดยการสร้างพื้นผิวทรงกลมที่มีระยะเท่ากับ x

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

$$4\pi x^2 E = \frac{4\pi x^3 \rho}{3\epsilon_0} \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

$$E = \frac{x\rho}{3\epsilon_0}$$

สมการการเคลื่อนที่ $F = -eE = m_e \ddot{x}$

$$m_e \ddot{x} = -\left(\frac{e\rho}{3\epsilon_0}\right)x \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

จากนั้นทำการแทนค่า $\rho = \frac{Q}{\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)} = \frac{3}{4} \frac{Q}{\pi R^3}$

ดังนั้น $m_e \ddot{x} = -\left(\frac{e}{3\epsilon_0} \frac{3}{4} \frac{Q}{\pi R^3}\right)x = -\left(\frac{Qe}{4\pi\epsilon_0 R^3}\right)x$ เป็นการเคลื่อนที่แบบซิมเพิลฮาร์โมนิก [1 คะแนน]

หมายเหตุ หรืออีกวิธี $F = -k \frac{Qe}{r^2} = -k\rho \frac{4}{3}\pi x^3 \frac{e}{x^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho \frac{4}{3}\pi x e = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\rho x e}{3} = m_e \ddot{x}$

ดังนั้น $m_e \ddot{x} = -\left(\frac{e\rho}{3\epsilon_0}\right)x$ แล้วทำการแทนค่า ρ เหมือนแบบข้างต้น

3 (ข) การแผ่รังสีที่ความถี่เท่ากับการสั่นแบบซิมเพิลฮาร์โมนิก พอดี

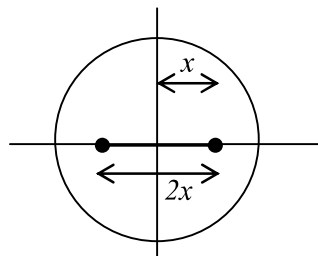
$$\omega^2 = \frac{e\rho}{3\epsilon_0 m_e} \quad [1 \text{ คะแนน}]$$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (\text{โดยประจุบวกของอะตอมไฮโดรเจนคือ } Q = e) \quad [0.5 \text{ คะแนน}]$$

$$R = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e \omega^2}\right)^{\frac{1}{3}} \sim 0.28 \text{ nm} \quad [1 \text{ คะแนน}]$$

3 (ค)

จากความสมมาตร เมื่ออะตอมมีสถานะสมดุล
อิเล็กตรอน 2 ตัว จะต้องอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็น
ระยะ x เท่ากันและอยู่คนละข้างของจุดศูนย์กลาง ดังรูป



พิจารณาอิเล็กตรอนด้านขวามือ แรงกระทำมี 2 แรง

(i) แรงดึงดูดของนิวเคลียส คิดจากกฎของเกาส์

$$\text{จากข้อ (ก)} \quad E = \frac{x\rho}{3\epsilon_0} \quad \text{และ} \quad F = qE$$

(ii) แรงผลักของอิเล็กตรอนตัวซ้ายมือ

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0(2x)^2} \quad \text{และ} \quad F = qE$$

อยู่ในสถานะสมดุล เมื่อ (i) = (ii)

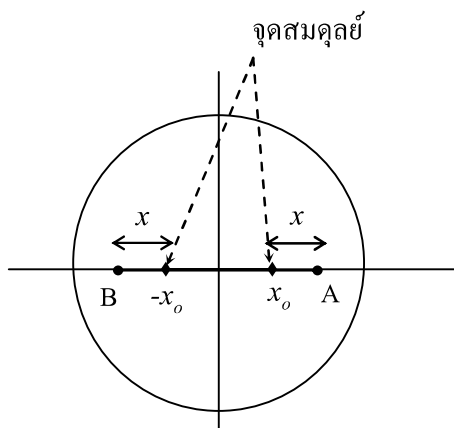
$$(e) \frac{x\rho}{3\epsilon_0} = (e) \frac{e}{4\pi\epsilon_0(2x)^2} \quad [1.5 \text{ คะแนน}]$$

$$\text{จาก} \quad \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad \text{ดังนั้น} \quad x \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0(2x)^2}$$

$$x = \frac{e}{Q} \frac{R^3}{4x^2}$$

$$\text{นั่นคือ} \quad x = \left(\frac{e}{4Q} \right)^{\frac{1}{3}} R \quad [1 \text{ คะแนน}]$$

3 (ง)



แรงที่กระทำต่ออิเล็กตรอนที่ตำแหน่ง A

$$F = m\ddot{x}$$

เมื่อ F เป็นแรงดูดจากนิวเคลียสและแรงผลักจากอิเล็กตรอนที่ B

จากข้อ (ก) $-e \frac{(x_o + x)\rho}{3\epsilon_0} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(2(x_o + x))^2} = m\ddot{x}$ (1) [1 คะแนน]

จาก $\frac{1}{(x_o + x)^2} \sim \frac{1}{x_o^2} - \frac{2x}{x_o^3}$ เมื่อ $x \ll x_o$ [0.5 คะแนน]

$$\ddot{x} = -\left(\frac{e\rho}{m\epsilon_0}\right)x = -\left(\frac{3Qe}{4\pi m\epsilon_0 R^3}\right)x$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3Qe}{4\pi m\epsilon_0 R^3}}$$
 [1 คะแนน]