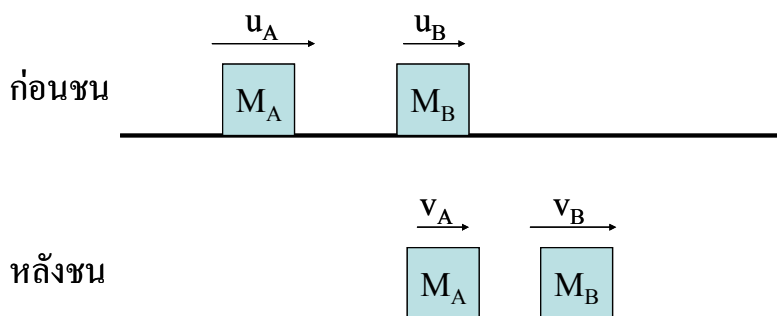


แนวการตรวจให้คะแนน (Marking Scheme) ข้อสอบทฤษฎี

ข้อ 1. การถ่ายโอนพลังงานจากมวลชนกัน 1 มิติ

1.1



กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $M_A u_A + M_B u_B = M_A v_A + M_B v_B \dots (1)$ **{0.5 คะแนน}**

เนื่องจากการชนแบบยืดหยุ่น พลังงานจลน์รวมคงที่

$$\frac{1}{2} M_A u_A^2 + \frac{1}{2} M_B u_B^2 = \frac{1}{2} M_A v_A^2 + \frac{1}{2} M_B v_B^2 \dots (2)$$

นำสมการที่ 2 มาจัดรูปใหม่

$$M_A (u_A^2 - v_A^2) = M_B (v_B^2 - u_B^2)$$

ซึ่งเมื่อเทียบกับสมการที่ 1 ได้ว่า

$$u_A + v_A = u_B + v_B \dots (3)$$

{เขียนสมการ (2) หรือ (3) ถูก ให้ 0.5 คะแนน}

นำไปแทนค่าในสมการที่ 1

$$v_B = \frac{2M_A u_A + (M_B - M_A) u_B}{M_A + M_B} \dots (4)$$
 {0.5 คะแนน}

$$v_A = \frac{2M_B u_B + (M_A - M_B) u_A}{M_A + M_B} \dots (5)$$
 {0.5 คะแนน}

1.2 เมื่อ $u_B = 0$ จะได้ว่า

$$v_B = \frac{2M_A u_A}{M_A + M_B} \quad \text{และ} \quad v_A = \frac{(M_A - M_B) u_A}{M_A + M_B}$$
 {0.1 คะแนน} {0.1 คะแนน}

พลังงานจลน์ของหลังชน M_B ต่อพลังงานจลน์ตั้งต้นของ M_A

{แทนค่าได้ 0.2 คะแนน}

$$\frac{\frac{1}{2} M_B v_B^2}{\frac{1}{2} M_A u_A^2} = \frac{4M_A M_B}{(M_A + M_B)^2} \dots (6) \quad \text{[ถูกได้ 0.2 คะแนน]} \quad [= 1 \text{ for } M_A = M_B]$$

พลังงานจลน์ที่เหลือของ M_A ต่อพลังงานจลน์ตั้งต้นของ M_A

{แทนค่าได้ 0.2 คะแนน}

$$\frac{\frac{1}{2}M_A v_A^2}{\frac{1}{2}M_A u_A^2} = \left(\frac{M_B - M_A}{M_A + M_B} \right)^2 \dots (7) \quad \text{{ถูกได้ 0.2 คะแนน}}$$

1.3 ให้ R เป็นอัตราส่วนของพลังงานที่มวล M_B ได้รับต่อพลังงานตั้งต้นของ M_A
พลังงานที่ M_B เกิดจากการส่งผ่านมาจากการชนของ m เนื่องจากเกิดการชนทั้งหมดสองครั้ง

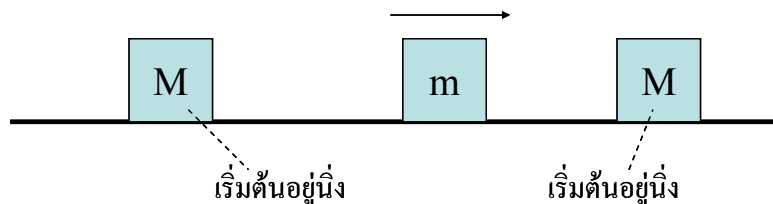
$$R = \frac{4M_A m}{(M_A + m)^2} \times \frac{4m M_B}{(m + M_B)^2} \dots (8) \quad \text{{1.5 คะแนน ตัวแปรสลับที่กันได้}}$$

$$R \text{ มีค่ามากที่สุดเมื่อ } \frac{\partial R}{\partial m} = 0 \dots (9) \quad \text{{0.5 คะแนน}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial m} &= \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{m^2}{(M_A M_B + M_A m + M_B m + m^2)^2} \right) \\ 0 &= \frac{2m}{(\dots)^2} - \frac{2m^2(M_A + M_B + 2m)}{(\dots)^3} \\ 0 &= 2m(M_A M_B + M_A m + M_B m + m^2) - 2m^2(M_A + M_B + 2m) \dots (9) \quad \text{{1.0 คะแนน}} \\ 0 &= m(M_A M_B - m^2) \\ m &= 0 \text{ or } m = \sqrt{M_A M_B} \end{aligned}$$

$m = 0$ นั้นไม่ใช่คำตอบเพราะทำให้ $R = 0$ ดังนั้นคำตอบคือ $m = \sqrt{M_A M_B}$

1.4



จากสมการในข้อ 1.2 พบว่าพลังงานของมวล M_A ลดลงน้อยมากหากว่า $M_A \ll M_B$ และในกรณีนี้มวล M_A จะเคลื่อนที่ถอยหลังในขณะที่มวล M_B มีความเร็วสุดท้ายติดหน่อย
นั่นคือในกรณีที่ m อยู่ระหว่างมวล M แล้วมวล m จะเคลื่อนที่ชนมวลทั้งสองแบบกลับไปกลับมา เนื่องจากในแต่ละครั้ง m จะสูญเสียพลังงานให้กับ M นิดหน่อย เราพอประมาณได้ว่ามวล M ทั้งสองจะได้รับพลังงานเฉลี่ยเท่าๆกันจากการชนของมวล m

ให้ u คืออัตราเร็วตั้งต้นของ m

ให้ V คืออัตราเร็วของ M หลังจากมวล m มีพลังงานเหลือครึ่งหนึ่ง

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m u^2 \right) = 2 \times \frac{1}{2} M V^2$$

$$V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m}{M}} u$$

ซึ่งน้อยกว่า u ในกรณีที่โจทย์กำหนดว่า $m \ll M$ นั่นคือในทุกขณะอัตราเร็วของ M จะน้อยกว่าของ m มากๆ เสมอ (นักเรียนไม่จำเป็นต้องอธิบายข้างบนนี้)

ในแต่ละครั้งของการชนเราจะสมมุติว่า $V \approx 0$ เนื่องจาก $m \ll M$

{1.0 คะแนน}

{ถ้าบอกเหตุผลให้ 0.5}

ดังนั้นในการชนแต่ละครั้งมวล m จะมีสัดส่วนของพลังงานที่เหลือกับพลังงานตั้งต้นเท่ากับ $\left(\frac{m-M}{m+M} \right)^2$

(โดยใช้ผลจากข้อ 1.2)

{0.5 คะแนน}

หลังจากการชนจำนวน n ครั้งจะเหลือสัดส่วนของพลังงาน = $\left(\frac{m-M}{m+M} \right)^{2n}$

{1.0 คะแนน}

ดังนั้น

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{m-M}{m+M} \right)^{2n} = \left(\frac{M-m}{M+m} \right)^{2n} \approx \left(1 - 2 \frac{m}{M} \right)^{2n} \approx 1 - 4n \frac{m}{M}$$

{1.0 คะแนน}

$$\text{ดังนั้น } n \approx \frac{1}{8} \frac{M}{m}$$

{0.5 คะแนน}

$$\text{หรือ } \frac{1}{2} = \left(\frac{m-M}{m+M} \right)^{2n} \Rightarrow -\ln 2 = 2n \ln \left(\frac{M-m}{M+m} \right) \Rightarrow n = \frac{-\ln 2}{2 \ln \left(\frac{M-m}{M+m} \right)}$$

ข้อ 2. พลังงานศักย์ไฟฟ้าของระบบประจุในระนาบ

2.1 [รวม 1.5 คะแนน] ค่าพลังงานในการนำโปรตอนทั้ง 4 ตัวจากระยะอนันต์มาไว้ที่มุมทั้ง 4 ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

นำโปรตอนตัวแรกมาวางที่มุมที่ 1 พลังงาน = 0

นำโปรตอนตัวที่สองมาวางที่ด้านเดียวกัน พลังงาน = $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}$

นำโปรตอนตัวที่สามมาวาง พลังงาน = $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{e^2}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$

นำโปรตอนตัวที่สี่มาวาง พลังงาน = $\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2}a}$

รวมพลังงาน = $\frac{(4+\sqrt{2})e^2}{4\pi\epsilon_0 a}$ หรือ $\frac{(4+\sqrt{2})ke^2}{a}$

{ถ้าตอบถูกโดยไม่อธิบายให้ 1.2 คะแนน }

{ถ้าอธิบายพลังงานการนำประจุเข้ามาแต่ละขั้นได้ถูก แต่คำตอบรวมผิด ให้ขั้นที่ถูกขั้นละ 0.3}

2.2 [รวม 1.0 คะแนน]

ตำแหน่งต่ำสุด คือ พิกัด (0,0)

{0.5 คะแนน}

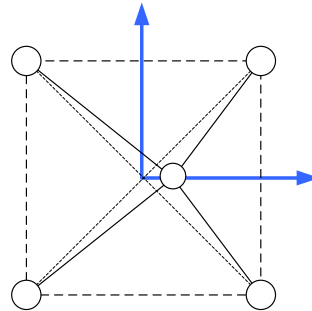
โดยพิจารณาจากความสมมาตร

มีค่าศักย์ไฟฟ้า = $\frac{\sqrt{2}e}{\pi\epsilon_0 a}$ หรือ $\frac{4\sqrt{2}ke}{a} \approx 5.657 \frac{ke}{a}$ {0.5 คะแนน}

2.3 [รวม 2.5 คะแนน]

ค่าพลังงานศักย์เป็นฟังก์ชันของ x จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{2ke^2}{d_1} + \frac{2ke^2}{d_2} \\ &= \frac{2ke^2}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}+x\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} + \frac{2ke^2}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}-x\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} \\ &= \frac{4ke^2}{a} \left[\left(\left(1 + \frac{2x}{a}\right)^2 + 1 \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\left(1 - \frac{2x}{a}\right)^2 + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{aligned}$$



สมการใดก็ได้ที่สมมูลกับสมการข้างต้น {0.5 คะแนน}

หาค่าพลังงานศักย์ที่ $x = -2a, -0.5a, -0.25a, 0$ จะได้

$x = -2a$

$$E_p = 4 \left(\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{26}} \right) \frac{ke^2}{a} = 2.049 \frac{ke^2}{a} \quad \{0.3\}$$

$x = -0.5a$

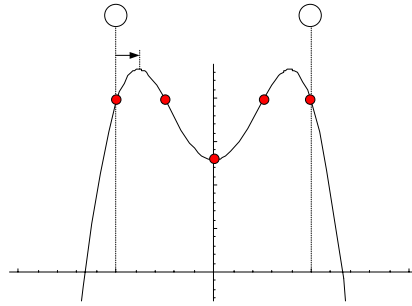
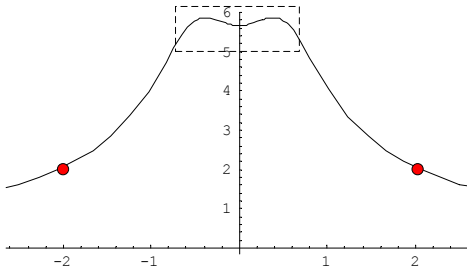
$$E_p = 4 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) \frac{ke^2}{a} = 5.789 \frac{ke^2}{a} \quad \{0.3\}$$

$$x = -0.25a$$

$$E_p = 4 \left(\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{13}} \right) \frac{ke^2}{a} = 5.797 \frac{ke^2}{a} \quad \{0.3\}$$

$$x = 0$$

$$E_p = 4\sqrt{2} \frac{ke^2}{a} = 5.657 \frac{ke^2}{a} \quad \{\text{ให้คะแนนในข้อย่อยที่แล้วไปแล้ว}\}$$



เขียนกราฟได้ถูกต้องจากค่าที่ $-2a, -0.5a, -0.25a, 0$ {0.5}

รูปร่างเป็นหลังอูฐคู่ (Double camel back) ให้ {0.6}

ไม่ระบุแกนหรือสเกลอย่างถูกต้อง หัก {-0.5}

2.4 [รวม 2.0 คะแนน]

จุดที่ให้ค่าพลังงานศักย์สูงสุด คือ $x \approx \pm 0.39a$ โดยได้ค่า $E_p \approx 5.866 \frac{ke^2}{a}$

หาค่าอัตราเร็วเริ่มต้นได้จาก $E_{k0} = \frac{1}{2} m_e v_0^2 = E_{p, \max} \approx 5.866 \frac{ke^2}{a}$

$$\text{ได้ } v_0 \approx \sqrt{2 \times 5.866 \frac{ke^2}{m_e a}} = 3.425 \sqrt{\frac{ke^2}{m_e a}}$$

ทั้งนี้ การหา Exact Solution จะยากมาก แต่นักเรียนสามารถทำส่วนนี้โดยการประมาณได้หลายวิธี เช่น

- 1) วิเคราะห์จากแนวกราฟและทราบจุดสูงสุดอยู่ระหว่าง $-0.5a$ และ $-0.25a$ หลังจากนั้นใช้การกระจายฟังก์ชันรอบจุด $-0.5a$ ให้เหลือในรูปพหุนามเมียร์ดีกรีสอง แล้วหาค่าจุดสูงสุดด้วยการหาอนุพันธ์แล้วแทนค่าเป็นศูนย์
- 2) แบ่งส่วนแล้วหาค่าเครื่องคิดเลขหาค่าโดยประมาณ
- 3) ผลรวมของแรงเป็นศูนย์ (Maximum Potential)

ได้ x ผิดพลาดจากค่าข้างต้นไม่เกิน $\pm 0.02a$ {ให้ 1.0 คะแนน}

(ถ้าเกิน $\pm 0.02a$ แต่ไม่เกิน $\pm 0.05a$ ให้ 0.5 คะแนน)

ได้ E_p ระหว่าง $5.85 \frac{ke^2}{a} \leq E_p \leq 5.87 \frac{ke^2}{a}$ {ให้ 0.5 คะแนน}

ได้ค่า E_p อยู่ในช่วงที่ได้คะแนนข้างต้นและคำนวณอัตราเร็วเริ่มต้นได้ถูกต้อง {ให้ 0.5 คะแนน}

$E_p (ke^2)$

ตัวอย่างการคำนวณ

เพื่อความสะดวกในการคำนวณ ทำการย้ายแกน โดยย้ายจุด Origin มา

ไว้ที่กึ่งกลางด้านซ้าย ดังรูป ทำการคำนวณค่า x' ($x' = x + \frac{a}{2}$) ที่ให้

ค่าพลังงานศักย์สูงสุด (โดยทราบว่า x' มีค่าน้อย) ทำโดยหาค่าพลังงาน

ศักย์เป็นฟังก์ชันของ x' หลังจากนั้นทำการหาจุดที่ $\frac{\partial E_p}{\partial x'} = 0$

สำหรับ x' เล็กๆ จะกระจายเทอมแล้วตัดถึงเฉพาะเทอม x'^2

$$E_p \approx 4ke^2 \left[\frac{1}{a} - \frac{2x'^2}{a^3} + \frac{1}{\sqrt{5}a} + \frac{4x'}{5\sqrt{5}a^2} - \frac{2x'^2}{5\sqrt{5}a^3} + \frac{24x'^2}{25\sqrt{5}a^3} \right]$$
$$\approx \frac{4ke^2}{\sqrt{5}a} \left[\sqrt{5} - \frac{2\sqrt{5}x'^2}{a^2} + 1 + \frac{4x'}{5a} - \frac{2x'^2}{5a^2} + \frac{24x'^2}{25a^2} \right]$$

หาอนุพันธ์เทียบกับ x' แล้วให้เป็น 0 (หาจุดที่ความชันเป็นศูนย์)

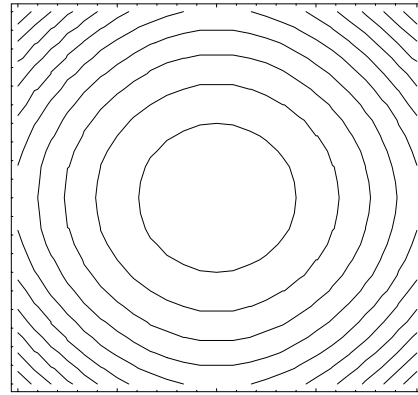
$$\frac{dE_p}{dx'} \approx \frac{4ke^2}{\sqrt{5}a} \left[-\frac{4\sqrt{5}x'}{a^2} + \frac{4}{5a} - \frac{4x'}{5a^2} + \frac{48x'}{25a^2} \right]$$
$$\approx \frac{4ke^2}{\sqrt{5}a^2} \left[\frac{4}{5} + \left(-4\sqrt{5} - \frac{4}{5} + \frac{48}{25} \right) \frac{x'}{a} \right] \approx 0$$
$$0 \approx \left[\frac{4}{5} + \left(-4\sqrt{5} + \frac{28}{25} \right) \frac{x'}{a} \right]$$
$$\approx 20 + (28 - 100\sqrt{5}) \frac{x'}{a}$$

$$x' \approx \frac{20}{100\sqrt{5} - 28} a \approx 0.10225a$$

แทนค่า $x' = 0.102a$ หาค่าค่าพลังงานศักย์ $E_{p,max}$ ได้

$$E_{p,max} \approx 4ke^2 \left[\left(4 \times 0.102^2 a^2 + a^2 \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(5a^2 - 8a \times 0.102a + 4 \times 0.102^2 a^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right]$$
$$\approx \left(\frac{1}{\sqrt{4 \times 0.102^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{4 \times 0.102^2 + 5 - 8 \times 0.102}} \right) \frac{4ke^2}{a}$$
$$\approx (0.9798 + 0.4865) \frac{4ke^2}{a} \approx \frac{5.865ke^2}{a}$$

2.5 [รวม 3.0 คะแนน] เนื่องจากการสั้นที่แอมพลิจูด
 เล็กๆในระบบนี้มี Angular symmetry คือการสั้นในแนว
 ต่างๆ เหมือนกันทุกองศา ดังจะเห็นได้จาก Contour
 Plot ของพลังงานศักย์ที่ บริเวณเล็กๆ รอบจุดสมดุลมี
 รูปร่างเป็น วงกลมสมบูรณ์ ดังนั้น จะแสดงการคำนวณ
 เฉพาะในแนวแกน x
 {นักเรียนสามารถหาการสั้นในแนวใดก็ได้}



{การหาแรง นักเรียนสามารถหาได้จาก $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p$ หรือ $\vec{F} = q\vec{E}$ เฉลยนี้แสดงเพียงวิธีแรก}

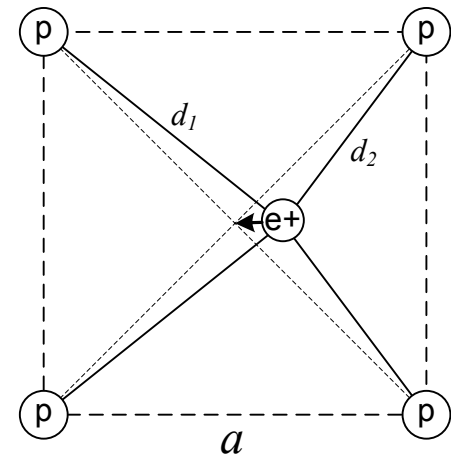
{นอกจากนั้นนักเรียนอาจเลือกการสั้นในแนว 45 องศา จากแกน x จะหาคำตอบได้ง่ายขึ้น}

เมื่อโพสิตรอนถูกผลักออกจากจุดสมดุลเป็นระยะทาง x ตามแนวแกน x ค่าพลังงานศักย์มีค่าเป็น

$$E_p(x) = \frac{2ke^2}{d_1} + \frac{2ke^2}{d_2}$$

$$= 2ke^2 \left[\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2}} \right]$$

$$= 2ke^2 \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + ax + x^2}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2} - ax + x^2}} \right]$$



หาแรงจาก

$$F(x) = -\frac{\partial E_p(x)}{\partial x} = -Kx$$

$$= -2ke^2 \left(-\frac{1}{2} \frac{a+2x}{\left(\frac{a^2}{2} + ax + x^2\right)^{3/2}} - \frac{1}{2} \frac{-a+2x}{\left(\frac{a^2}{2} - ax + x^2\right)^{3/2}} \right)$$

$$= ke^2 \left(\frac{a+2x}{\left(\frac{a^2}{2} + ax + x^2\right)^{3/2}} + \frac{-a+2x}{\left(\frac{a^2}{2} - ax + x^2\right)^{3/2}} \right)$$

{เขียนสมการแรงได้ถูกต้อง (อาจจัดรูปได้แบบอื่น)} {1.0 คะแนน}

สำหรับ $x < a$

$$\begin{aligned}
 F(x) &= ke^2 \left(\frac{a+2x}{(a^2/2+ax)^{3/2}} + \frac{-a+2x}{(a^2/2-ax)^{3/2}} \right) \\
 &= \frac{ke^2}{a^{3/2}} \left(\frac{a+2x}{(a/2+x)^{3/2}} + \frac{-a+2x}{(a/2-x)^{3/2}} \right) \\
 &= \frac{ke^2}{a^{3/2}} \left((a+2x) \left[\left(\frac{a}{2} \right)^{-3/2} - \frac{3}{2} \left(\frac{a}{2} \right)^{-5/2} x \right] + (-a+2x) \left[\left(\frac{a}{2} \right)^{-3/2} + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{2} \right)^{-5/2} x \right] \right) \\
 &= \frac{ke^2}{a^3} \left((a+2x)(2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \frac{x}{a}) + (-a+2x)(2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} \frac{x}{a}) \right) \\
 &= \frac{\sqrt{2}ke^2}{a^3} \left(2a - 6x + 4x - \frac{12x^2}{a} - 2a - 6x + 4x + \frac{12x^2}{a} \right)
 \end{aligned}$$

$$F(x) = -\frac{4\sqrt{2}ke^2}{a^3}(x)$$

หาสมการแรงได้ถูกต้อง

{1.5 คะแนน}

ดังนั้น $K = \frac{4\sqrt{2}ke^2}{a^3}$

{0.25 คะแนน}

และ $\omega = \sqrt{\frac{K}{m_e}} = \sqrt{\frac{4\sqrt{2}ke^2}{a^3 m_e}}$

{0.25 คะแนน}

ข้อ 3 ผลจากการไหลของของไหล

เมื่ออากาศไหลระหว่างแผ่นกลมทั้งสองจะทำให้เกิดผลต่างของความดันเกิดขึ้นระหว่างภายในและภายนอก ผลต่างของความดันนี้ทำให้เกิดแรงยกขึ้นได้

แรงยก = แรงเนื่องจากผลต่างความดัน - แรงเนื่องจากการเปลี่ยนโมเมนตัมที่ปลายท่อ

3.1 [รวม 2.0 คะแนน] การคำนวณหาอัตราการไหลที่ตำแหน่ง r นั้นเรารู้สึกว่าแผ่นกลมมีความสมมาตร ดังนั้นอัตราการไหลที่ระยะห่าง r จะเท่ากันทุกจุด ความเร็วของการไหลนี้สามารถคำนวณได้จากอัตราการไหลตั้งต้น

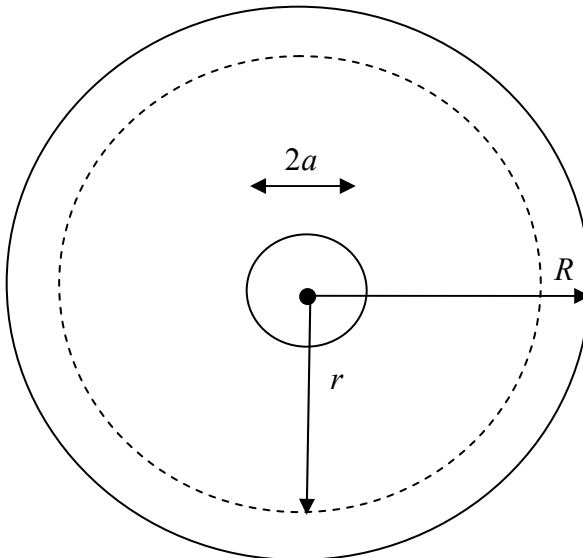
ให้ v = ความเร็วของลม ที่ r

อัตราการไหล = $\pi a^2 v_0$ m^3/s (ออกจากท่อลม)

{0.5 คะแนน}

ต้องเท่ากับ $= 2\pi r t v$ m^3/s

{0.5 คะแนน}



$$\text{ดังนั้น } v = \frac{\pi a^2 v_0}{2\pi r t} = \frac{a^2 v_0}{2t} \cdot \frac{1}{r} = \frac{K}{r} \text{ เมื่อ } K = \frac{a^2 v_0}{2t}$$

{1.0 คะแนน}

3.2 [รวม 2.0 คะแนน]

ให้ P คือ ความดันที่ตำแหน่ง r

V คืออัตราเร็วอากาศบริเวณขอบของแผ่นกลม

$$\text{ดังนั้น } V = \frac{K}{R} \quad \text{{0.5 คะแนน}}$$

พิจารณา Flow Line จากตำแหน่ง r ไปยังบริเวณขอบของแผ่นกลม (ที่รัศมี R)

จาก Bernoulli's equation ของการไหลจาก r ไปที่ R

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 = P_0 + \frac{1}{2} \rho V^2 \quad \text{{0.5 คะแนน}}$$

$$\text{ดังนั้น } P = P_0 + \frac{1}{2} \rho \frac{K^2}{R^2} - \frac{1}{2} \rho \frac{K^2}{r^2} \quad \text{{1.0 คะแนน}}$$

3.3 [รวม 3.0 คะแนน]

หากแบ่งแผ่นกลมเป็นวงแหวนหนา dr แรงที่กระทำทั้งหมดสามารถหาได้จากการแบ่งแผ่นวงกลมเป็นวงแหวน

$$\text{แรงเนื่องจากความดัน} = \int_a^R (P_0 - P) \cdot 2\pi r dr \quad \{1.5 \text{ คะแนน}\}$$

$$= \int_a^R \left(\frac{1}{2} \rho K^2 \right) \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right) \cdot 2\pi r dr \quad \{0.5 \text{ คะแนน}\}$$

$$= \frac{1}{2} \rho K^2 \cdot 2\pi \left(\ln r - \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \right)_a^R \quad \{0.5 \text{ คะแนน}\}$$

$$= \pi \rho K^2 \left[\ln \frac{R}{a} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{R^2} \right] \quad \{0.5 \text{ คะแนน}\}$$

3.4 [รวม 2.0 คะแนน]

$$\text{แรงเนื่องจากการเปลี่ยนโมเมนตัมต่อเวลาที่ปลายท่อกลมที่ลมถูกพัดลงมา} = \rho \pi a^2 v_0 \times v_0 = \rho \pi a^2 v_0^2$$

{2.0 คะแนน}

(เช่นเดียวกับแรงลมที่เข้าปะทะกำแพง แรงลัพธ์ที่กระทำกับพื้นที่ πa^2 จากด้านบนและด้านล่างจะเท่ากับการเปลี่ยนโมเมนตัมของลม)

3.5 [รวม 1.0 คะแนน]

$$\text{ดังนั้นแรงยก} = \pi \rho K^2 \left[\ln \frac{R}{a} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{R^2} \right] - \rho \pi a^2 v_0^2 \quad \dots(A)$$

$$\text{แทนค่า } K = \frac{a^2 v_0}{2t} \quad \{\text{สมการ A หรือ B ก็ได้ } 0.5 \text{ คะแนน}\}$$

$$\text{แรงรวม} = \frac{\pi \rho a^4 v_0^2}{4t^2} \left[\ln \frac{R}{a} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{R^2} \right] - \rho \pi a^2 v_0^2 \quad \dots(B)$$

ซึ่งแรงยกนี้ต้องมากกว่าหรือเท่ากับ มวล $\times g$ ของแผ่นกลม

$$\text{มวลแผ่นกลม } m \leq \frac{1}{g} \left[\frac{\pi \rho a^4 v_0^2}{4t^2} \left[\ln \frac{R}{a} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{R^2} \right] - \rho \pi a^2 v_0^2 \right] \quad \{0.5 \text{ คะแนน}\}$$