

ข้อสอบภาคทฤษฎี
แข่งขันฟิสิกส์โอลิมปิก สอวน. ครั้งที่ 4
(The Fourth POSN-Physics Olympiad : 4th POSN-PhO)
ณ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จ. นครราชสีมา
วันที่ 8 พฤษภาคม 2548 (8:00 – 12:00 น.)

คำสั่ง

1. ให้เวลาทำข้อสอบ 4 ชั่วโมง
2. ใช้ปากกาสีน้ำเงินหรือสีดำเท่านั้น
3. ใช้เฉพาะด้านหน้ากระดาษที่แจกให้เท่านั้น
4. ให้ใช้ กระดาษเปล่าสำหรับแสดงวิธีทำอย่างละเอียด และ ในการตอบคำถามที่เป็นตัวเลข จะมีการพิจารณาความเหมาะสมของจำนวนเลขนัยสำคัญของข้อมูลที่ให้มา และ หน่วย
5. เขียนทุกสิ่งที่คุณคิดว่าจำเป็นในการแสดงวิธีทำ บนกระดาษคำตอบ
6. **ต้องใส่หมายเลขที่ข้อสอบ (A หรือ B ตามด้วยเลข 1-48) ของนักเรียนที่มบบนขวาของกระดาษสรุปคำตอบและกระดาษคำตอบทุกแผ่นที่ใช้ และ ห้ามเขียนชื่อตัวหรือชื่อศูนย์หรือรหัสอื่นใดของนักเรียนในกระดาษคำตอบใดๆ โดยเด็ดขาด** นอกจากนั้นบนกระดาษที่ใช้ตอบคำถามแต่ละข้อ ให้เขียนข้อคำถามและส่วนของข้อที่กำลังตอบที่ด้านบนของกระดาษสรุปคำตอบและกระดาษคำตอบแต่ละแผ่นที่ใช้ทุกแผ่นให้ชัดเจน ถ้าแผ่นใดใช้หมดหรือไม่ต้องการให้ตรวจ ให้ขีดกากบาทตลอดหน้านั้น
7. เมื่อทำเสร็จแล้วให้จัดเรียง กระดาษสรุปคำตอบไว้บนสุด ตามด้วยกระดาษคำตอบหรือกระดาษกราฟที่ใช้ตามลำดับข้อพร้อมระบุหมายเลขหน้าด้วย กระดาษคำถาม กระดาษทด และ กระดาษที่ไม่ได้ใช้ตามลำดับ

“ห้ามนำกระดาษใด ๆ ออกนอกห้องสอบโดยเด็ดขาด”

นักเรียนอาจใช้ประโยชน์จากสูตรต่อไปนี้

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ คำตอบคือ } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$$

$$\frac{d \cos x}{dx} = -\sin x$$

$$\frac{d(u(x)v(x))}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u(x)}{v(x)} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$(1+x)^n \approx 1+nx \quad \text{เมื่อ } x \ll 1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{เมื่อ } n \neq -1$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} + C$$

1. [10 คะแนน] การถ่ายโอนพลังงานจากมวลชนกัน 1 มิติ

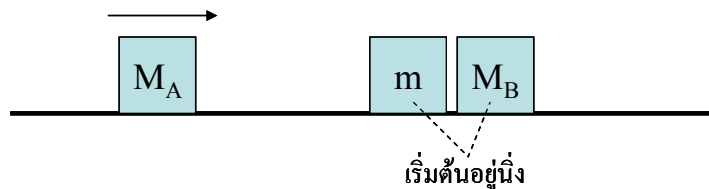
ในการชนกันแบบยืดหยุ่นนั้น พลังงานจลน์ของระบบจะไม่สูญหายและโดยปกติจะเกิดการถ่ายเทพลังงานระหว่างกันของวัตถุที่ชนซึ่งการถ่ายเทพลังงานนี้จะขึ้นอยู่กับมวลและความเร็วของวัตถุที่ชนกัน

1.1 มวล M_A เคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น u_A เข้าชนมวล M_B ที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น u_B โดยที่ระบบทั้งหมดอยู่บนพื้นลื่น การชนของมวลทั้งสองเป็นการชนแบบยืดหยุ่น จงหาความเร็วปลายของมวลทั้งสองหลังการชน [2.0 คะแนน]

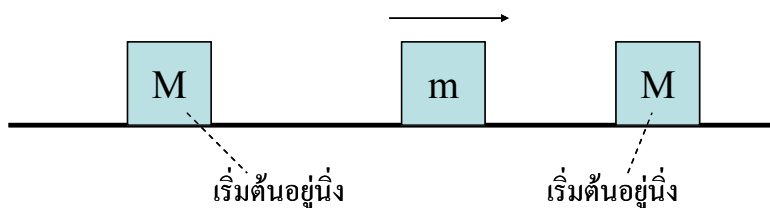


1.2 จากการชนในข้อที่ 1.1 หากว่ามวล M_B เริ่มต้นจากหยุดนิ่ง นั่นคือ $u_B = 0$ จงหาว่ามวล M_B จะได้รับพลังงานเป็นสัดส่วนเท่าใดต่อพลังงานเริ่มต้นของมวล M_A และจงหาว่ามวล M_A จะเหลือพลังงานเป็นสัดส่วนเท่าใดของพลังงานเริ่มต้น [1.0 คะแนน]

1.3 มวล M_A เคลื่อนที่เข้าชน m ที่อยู่นิ่ง ทำให้มวล m เคลื่อนที่เข้าไปชน M_B ที่วางอยู่ข้างใกล้กัน ในแนวเส้นตรง จงหาว่ามวล m มีค่าเท่าใด (ในเทอมของ M_A และ M_B) ที่จะทำให้มวล M_B ได้รับพลังงานสูงสุด [3.0 คะแนน]



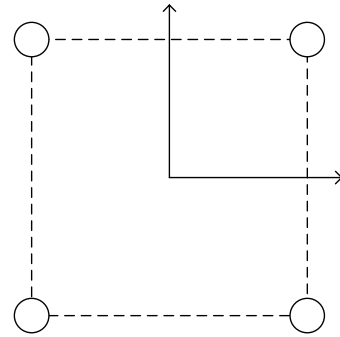
1.4 มวล M จำนวน 2 ก้อน วางนิ่งบนพื้นลื่นและห่างกันพอสมควร โดยมีมวล m อยู่ระหว่างมวลทั้งสอง ($m \ll M$) หลังจากนั้นทำให้มวล m เคลื่อนที่ไปทางขวามือ เข้าชนมวล M แบบยืดหยุ่นกลับไปกลับมาหลายๆครั้ง จงหาจำนวนครั้งที่ชนแล้วทำให้พลังงานจลน์ของมวล m ลดลงเหลือครึ่งหนึ่งของพลังงานจลน์เริ่มต้น [4.0 คะแนน]



2. [10 คะแนน] ระบบประจุไฟฟ้าในระนาบ

(ปัญหานี้ให้พิจารณาในระนาบ xy เท่านั้น)

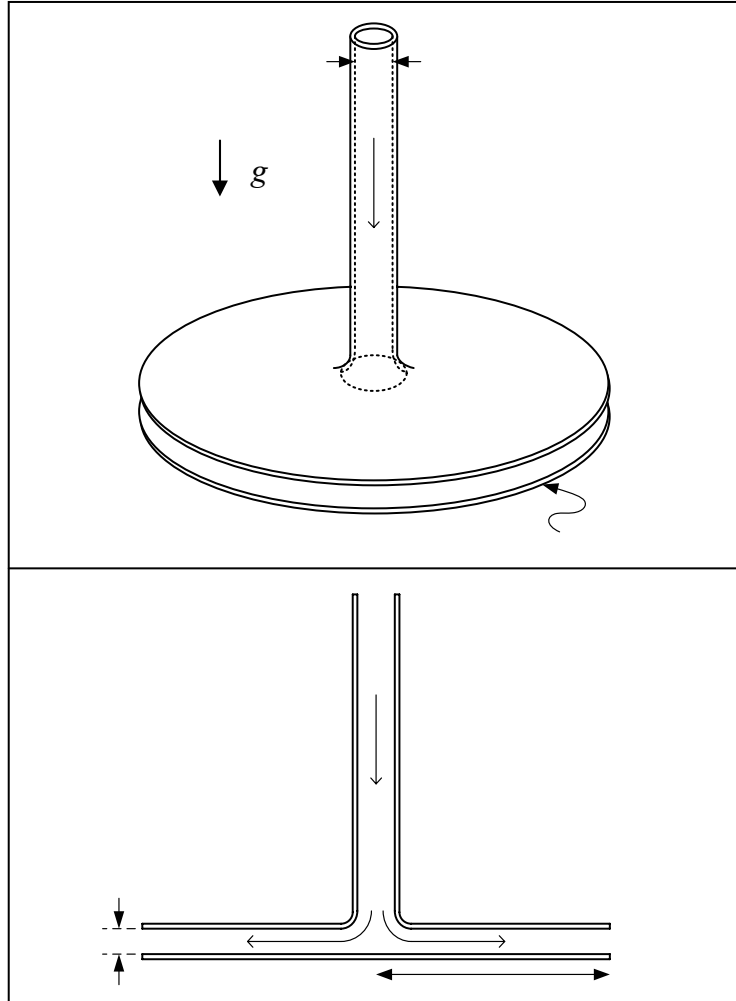
โปรตอน (p) จำนวน 4 ตัว ถูกยึดติดไว้ที่มุมทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ a ดังรูป



- 2.1 จงแสดงวิธีหาค่างานที่ต้องทำทั้งหมดในการนำโปรตอน ทั้ง 4 ตัวจากระยะอนันต์มาไว้ที่มุมทั้ง 4 ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส ตอบในรูป a , $+e$ (ประจุของโปรตอน) และ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ (เมื่อ ϵ_0 คือ ค่าสภาพยอมของสุญญากาศ) [1.5 คะแนน]
- 2.2 จงระบุพิกัดของตำแหน่งที่มีศักย์ไฟฟ้าต่ำสุด ภายในกรอบสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ คำนวณค่าศักย์ไฟฟ้า ณ จุดที่มีพลังงานศักย์ต่ำสุดนั้น (กำหนดให้ตำแหน่งที่ระยะอนันต์มีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์) [1.0 คะแนน]
- 2.3 ถ้าโพสิตรอน (มวลเท่ากับอิเล็กตรอน m_e แต่ประจุเท่ากับโปรตอน) เคลื่อนที่ตามแนวแกน x จากระยะอนันต์ ผ่านจุดกลางสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้ $(0,0)$
- * จงเขียนสมการพลังงานศักย์ของโพสิตรอนตามเส้นทางนี้ [0.5 คะแนน]
 - * จงคำนวณค่าพลังงานศักย์ที่จุด $x = -2a, -0.5a, -0.25a, 0$ [0.9 คะแนน]
 - * จงเขียนกราฟโดยประมาณของพลังงานศักย์นั้นในช่วง $x = -2a$ ถึง $x = +2a$ [1.1 คะแนน]
- 2.4 จงประมาณตำแหน่งที่มีพลังงานศักย์สูงสุดในเส้นทางในข้อ 2.3 และจงหาว่าโพสิตรอนตัวนี้ต้องมีอัตราเร็วเริ่มต้นอย่างต่ำสุดประมาณเท่าใด จึงจะเคลื่อนที่ตามเส้นทางดังกล่าวได้ตลอดเส้นทาง [2.0 คะแนน]
- 2.5 ถ้ากำหนดให้ในตอนเริ่มต้น โพสิตรอนอยู่นิ่ง ณ ตำแหน่งที่มีพลังงานศักย์ต่ำสุดในข้อ 2.2 หลังจากนั้นมันถูกผลักให้เลื้อนออกจากตำแหน่งสมดุลเล็กน้อย แล้วปล่อยให้มัน (นักเรียนสามารถพิจารณาเลือกการสั่นในแนวแกนใดก็ได้) จงหาและแสดงวิธีคำนวณความถี่เชิงมุม (ω) ของการสั่นแบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย (Simple Harmonic Motion) [3.0 คะแนน]

3. [10 คะแนน] ผลจากการไหลของของไหล

อากาศความหนาแน่น ρ ถูกเป่าด้วยความเร็ว v_0 ลงไปในท่อรัศมี a โดยที่ปลายท่อมีแผ่นกลมรัศมี R ติดอยู่ โดยที่ท่อและแผ่นนี้ถูกตรึงอยู่กับที่ ด้านล่างของแผ่นวงกลมที่ติดกับท่อ มีแผ่นวงกลมอีกหนึ่งแผ่น ที่อยู่ห่างจากแผ่นแรกเป็นระยะทาง t คงที่ (ในการคำนวณข้อนี้ไม่ต้องคิดความหนืดของอากาศ สมมุติให้อากาศมีความหนาแน่นคงที่และการไหลของอากาศสม่ำเสมอแบบไม่ปั่นป่วน)



- 3.1 จงหาอัตราเร็วลมระหว่างแผ่นกลมที่แผ่ออกตามแนวรัศมีที่ตำแหน่ง r จากจุดกลางท่อ เมื่อ $a \leq r \leq R$ [2.0 คะแนน]
- 3.2 จงหาความดัน P ระหว่างแผ่นกลม ที่ตำแหน่ง r โดยประมาณว่าความดันรอบนอกแผ่นกลมทั้งสองเท่ากับ ความดันบรรยากาศ P_0 [2.0 คะแนน]
- 3.3 จงหาแรงที่กระทำบนแผ่นกลมอันล่างอันเนื่องมาจากผลต่างความดันจากรัศมี a ถึง R [3.0 คะแนน]
- 3.4 ในบริเวณรัศมี a ภายใต้ปลายท่อนั้น ให้นักเรียนหาแรงที่กระทำต่อแผ่นกลมอันล่างอันเกิดจากการเปลี่ยนโมเมนตัมของอากาศที่ออกมาจากปลายท่อลมที่เป่าลงมา [2.0 คะแนน]
- 3.5 จากความเร็วอากาศในท่อและระยะห่างระหว่างแผ่นตามที่กำหนด จงหามวล m ของแผ่นล่างที่มากที่สุดที่จะถูกยกขึ้นได้ [1.0 คะแนน]