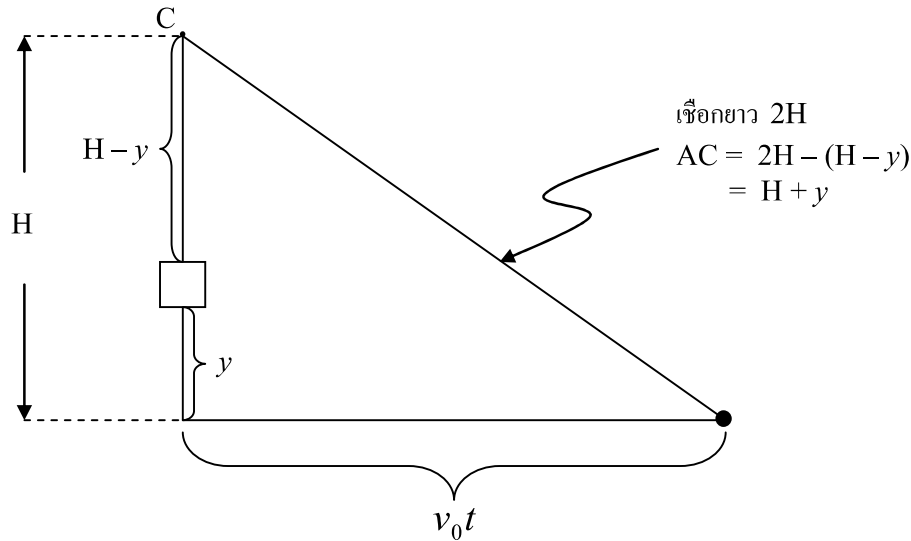


โจทย์ข้อที่ 1



$$(v_0 t)^2 + H^2 = (H + y)^2$$

$$\frac{d}{dt} \{ (v_0 t)^2 + H^2 \} = \frac{d}{dt} (H + y)^2$$

$$2v_0^2 t + 0 = 2(H + y) \frac{d}{dt} y \text{ -----(1)}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = v_0^2 \frac{t}{H + y} \text{ -----(2)}$$

$$v_0^2 t = H v_y + y v_y$$

$$\frac{d}{dt} [v_0^2 t] = \frac{d}{dt} [H v_y + y v_y]$$

$$v_0^2 = H \frac{d^2 y}{dt^2} + v_y^2 + y \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$a_y = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{v_0^2 - v_y^2}{H + y} \text{ -----(3)}$$

สรุป $v_y(t) = v_0^2 \cdot \frac{t}{H + y(t)}$

$$a_y(t) = \frac{v_0^2 - v_y^2(t)}{H + y(t)}$$

ก. ความเร็วของมวล m ที่เวลา t ใดๆ

$$v_y(t) = v_0^2 \cdot \frac{t}{H + y(t)}$$

ข. ความเร่งของมวล m ที่เวลา t ใดๆ

$$a_y(t) = \frac{v_0^2 - v_y^2(t)}{H + y(t)}$$

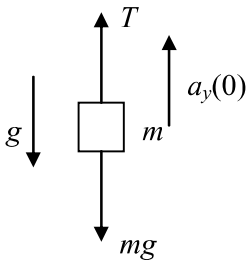
ค. ความเร็วของมวล m ที่เวลา $t = 0$ คือ

$$v_y(0) = v_0^2 \frac{0}{H+0} = 0 \quad \underline{\text{Ans}}$$

ง. ความเร่งของมวล m ที่เวลา $t=0$ คือ

$$a_y(0) = \frac{v_0^2 - v_y^2(0)}{H + y(0)} = \frac{v_0^2 - 0}{H + 0} = \frac{v_0^2}{H} \quad \underline{\text{Ans}}$$

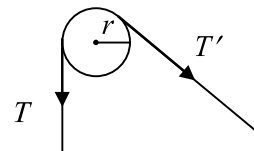
จ.



$$\begin{aligned} ma_y(0) &= T - mg \\ T &= m[g + a_y(0)] \\ \therefore T &= m\left[g + \frac{v_0^2}{H}\right] \quad \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$

ฉ. ไม่คำนึงถึงโมเมนต์ความเฉื่อยหมายความว่าเขียน $I_C \rightarrow 0$

$$T' = T = m\left[g + \frac{v_0^2}{H}\right] \quad \underline{\text{Ans}}$$



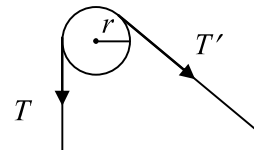
ช.

$$rT' - rT = I_C \frac{a_y(0)}{r} = I_C \frac{v_0^2}{Hr}$$

$$T' = T + \frac{I_C v_0^2}{Hr^2}$$

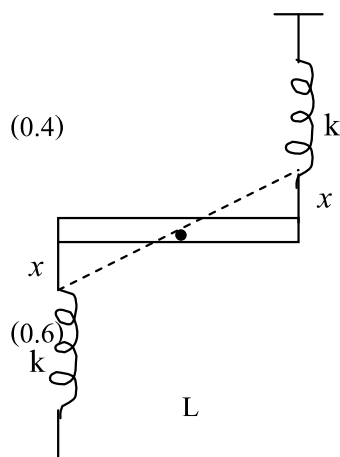
$$T' = mg + \frac{mv_0^2}{H} + \frac{I_C v_0^2}{Hr^2}$$

$$T' = mg + \left(mr^2 + I_C\right) \left(\frac{v_0^2}{Hr^2}\right) \quad \underline{\text{Ans}}$$



Marking scheme

2.1 (2คะแนน)



$$x/(L/2) = \theta$$

$$\therefore x = \theta \left(\frac{L}{2} \right)$$

จากสมการ $\Gamma = I\alpha$

$$2F \left(\frac{L}{2} \right) = I\alpha$$

$$-kxL = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$-k \left(\theta \frac{L}{2} \right) L = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (0.2)$$

$$\frac{1}{2} k \theta L^2 = \frac{1}{12} mL^2 \left(\frac{d^2\theta}{dt^2} \right) \quad (0.2)$$

$$\therefore \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{6k}{m} \theta = 0 \quad (0.1)$$

จากสมการฮาร์มอนิกอย่างง่าย

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\text{จากการเปรียบเทียบจะได้ } \omega = \sqrt{\frac{6k}{m}} \quad (0.3)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6k}{m}} \quad (0.2)$$

.....

2.2 (4 คะแนน)

เมื่อทรงกลมถูกกระแทกด้วยไม้ทำให้มีความเร็ว V_0 แรงเสียดทานบนโต๊ะจะหน่วงลูกบิลเลียดอย่างสม่ำเสมอ แต่ทันทีที่เกิดทอร์กบนลูกบิลเลียดรอบจุดศูนย์กลางเป็นเหตุให้ลูกบิลเลียดกลิ้งภายใต้ความเร่งเชิงมุม เมื่อความเร็วลดลงและความเร็วเชิงมุมก็เพิ่มขึ้นที่จุดนั้นมีความสัมพันธ์ $V = \omega R$

จากสมการนิวตัน $f = \mu N = \mu Mg = Ma$
 $\therefore a = \mu g$

(0.4)

จากสมการการเคลื่อนที่

$$V(t) = V_0 + at = V_0 - \mu g t \quad (0.2)$$

จากกฎนิวตันเชิงมุม

$$\Gamma = fR = \mu MgR = I\alpha \quad (0.5)$$

$$\therefore \alpha = \frac{\Gamma}{I} = \frac{\mu MgR}{\frac{2}{5}MR^2} = \frac{5\mu g}{2R} \quad (0.2)$$

จากสมการการเคลื่อนที่เชิงมุม $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = 0 + \alpha t$

$$\therefore \omega(t) = \frac{5\mu g t}{2R} \quad (0.5)$$

จากสมการความสัมพันธ์อัตราเร็วเชิงเส้นและเชิงมุม

$$\therefore V(t) = R\omega(t) \quad (0.6)$$

แทนค่า $V(t)$ และ $\omega(t)$ จะได้

$$V_0 - \mu g t = R \left(\frac{5\mu g t}{2R} \right) = \frac{5\mu g t}{2}$$

$$\therefore V_0 = \frac{7\mu g t}{2}$$

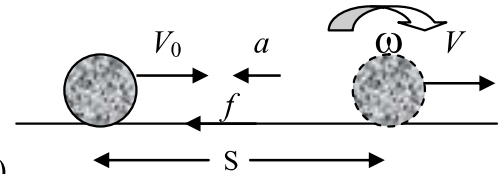
นั่นเป็นเวลาเคลื่อนที่คือ

$$t = \frac{2V_0}{7\mu g} \quad (0.6)$$

ระยะทางของลูกบิลเลียดที่เคลื่อนที่ได้ก่อนที่จะกลิ้งแท้จริง (โดยไม่ไถล) จะเป็น

$$S = V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = V_0 t - \frac{1}{2} \mu g t^2 \quad (0.2)$$

$$S = V_0 \left(\frac{2V_0}{7\mu g} \right) - \frac{1}{2} \mu g \left(\frac{4V_0^2}{49\mu^2 g^2} \right) \quad (0.2)$$



$$S = \frac{12V_0^2}{49\mu g} \quad (0.2)$$

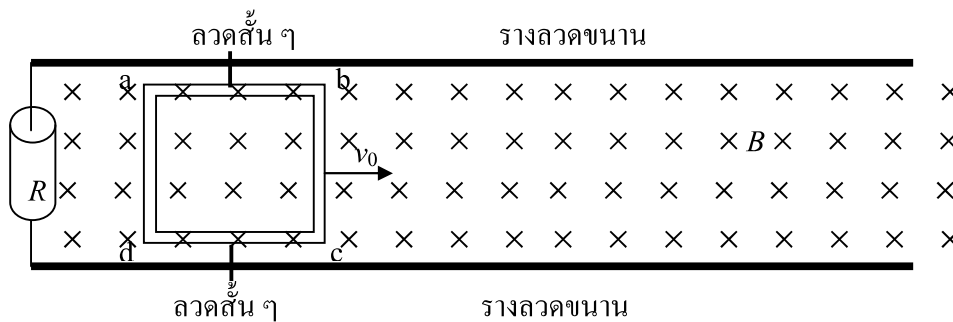
2.2 ข) ความเร็วเชิงมุมที่จุดนั้น

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = \alpha t \quad (0.2)$$

$$\omega(t) = \frac{5\mu g}{2R} \left(\frac{2V_0}{7\mu g} \right) = \frac{5V_0}{7R} \quad (0.2)$$

.....

2.3 (4 คะแนน)



จะเกิดการเหนี่ยวนำแรงเคลื่อนไฟฟ้า บนแกนทั้งสองข้างที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ เกิดเสมือนเป็นเซลล์ต่อขนาน ที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้าเท่ากันเท่ากับ $\mathcal{E} = vBL$ มีความต้านทานภายใน $r' = 2r$ ทำให้เสมือนเป็นเซลล์เดียวที่มีแรงเคลื่อน $\mathcal{E}$ และมีความต้านทานภายใน r (0.5)

จากกฎของนิวตัน

$$F_x = m \frac{dv}{dt} = -ILB \quad (0.4)$$

$$= -\left(\frac{\mathcal{E}}{r+R}\right)LB \quad (0.2)$$

$$= -\frac{vBL}{(r+R)}LB \quad (0.2)$$

$$\therefore m \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 L^2 v}{r+R} \quad (0.2)$$

$$\text{จัดสมการใหม่เป็น} \quad \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 L^2 dt}{m(r+R)} \quad (0.2)$$

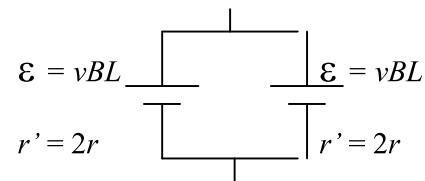
$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_0^t \frac{-B^2 L^2 dt}{m(r+R)} \quad (0.2)$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = \frac{-B^2 L^2 t}{m(r+R)} \quad (0.2)$$

$$\therefore v = v_0 e^{-\frac{B^2 L^2 t}{m(r+R)}} \quad (0.3)$$

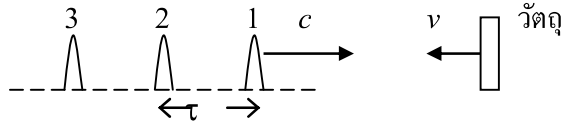
$$I_{ind} = \frac{vBL}{(r+R)} \quad (0.6)$$

$$I_{ind} = \frac{BL}{(r+R)} v_0 e^{-\frac{B^2 L^2 t}{m(r+R)}} \quad (0.6)$$

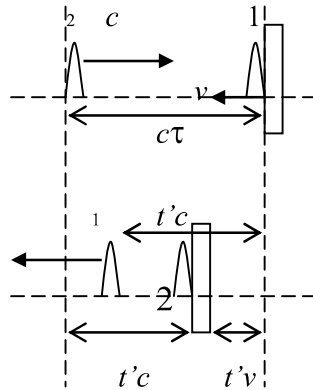


$$\mathcal{E} = vBL \quad r'' = r'/2 = r \quad (0.4)$$

3



พิจารณา เมื่อลูกคลื่นคล #1 ชนกับวัตถุนั้น #2 จะอยู่ไปทางซ้ายของ #1 เป็นระยะทางเท่ากับ $c\tau$ (1 คะแนน)



รูปแสดงว่า $t'c + t'v = c\tau$, $t' = \frac{c}{c+v} \tau$ (1 คะแนน)

ดังนั้น #1 (สะท้อน) นำหน้า #2 (สะท้อน) = $t'c - t'v$

(ระยะทาง) = $(c-v) \left(\frac{c}{c+v} \right) \tau$ (1 คะแนน)

#2 ไปหลัง #1 ด้วยเวลา = (ระยะทาง)/ $c = \frac{c-v}{c+v} \tau$ (1 คะแนน)

ก) ตอบ $\frac{c-v}{c+v} \tau$ (1 คะแนน)

ค) ตอบ $\frac{c+v}{c-v} \tau$ (2 คะแนน)

ง) ตอบ τ (1 คะแนน)

ข) จ) เวลาเปลี่ยนไป $\delta t = \left(\frac{c-v-\delta v}{c+v+\delta v} \right) \tau - \left(\frac{c-v}{c+v} \right) \tau = -\frac{2c\delta v}{(c+v)^2} \tau$ (1 คะแนน)

จ) ตอบ กรณีที่วัตถุวิ่งเข้าหาลูกคลื่นสะท้อนจะซ้อนทับกัน (1 คะแนน)

ตอบ กรณีที่วัตถุวิ่งหนีลูกคลื่นตามไม่ทัน ไม่มีการสะท้อน (1 คะแนน)
