

Marking scheme

1. การไหลของมวลบนผิวทรงกระบอก

1.1 ใช้หลักอนุรักษ์โมเมนตัมและหลักอนุรักษ์พลังงาน

$$m(v \cos \theta - V) = MV \quad \dots\dots\dots(1) \quad (1.5 \text{ คะแนน})$$

$$\frac{1}{2} m[(v \cos \theta - V)^2 + (v \sin \theta)^2] + \frac{1}{2} MV^2 = mgR - mgR \cos \theta \quad \dots\dots\dots(2) \quad (1.5 \text{ คะแนน})$$

$$(2) \Rightarrow v^2 = \frac{2gR(M+m)(1-\cos \theta)}{M+m(\sin \theta)^2} \quad (1 \text{ คะแนน})$$

$$(1) \Rightarrow V = \frac{m}{M+m} v \cos \theta \quad (1 \text{ คะแนน})$$

1.2 เมื่อ $m \ll M$ จะได้

$$v \approx \left(\frac{1 + \frac{m}{2M}}{1 + \frac{m}{2M} \sin^2 \theta} \right) [2gR(1 - \cos \theta)]^{\frac{1}{2}} \quad (1 \text{ คะแนน})$$

$$V \approx \frac{m}{M} \left(1 - \frac{m}{M} \right) v \cos \theta \quad (1 \text{ คะแนน})$$

1.3 ในมุมมองของ OBSERVER ที่จุด C จะเห็นแรง $m\dot{V}$ ทำต่อ m ในทิศ OX ด้วย ดังนั้นถ้า m เคลื่อนเป็นวงกลม (โดย OBS. ที่ C) จะได้

$$\frac{mv^2}{R} = mg \cos \theta - N - m\dot{V} \sin \theta \quad (1 \text{ คะแนน})$$

$$m \text{ หลุดเมื่อ } N = 0 \quad (1 \text{ คะแนน})$$

ดังนั้น $\cos \theta \approx \frac{2}{3} + \frac{\dot{V}}{g} \sin \theta$

$$\therefore \theta < \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right) \quad (1 \text{ คะแนน})$$

Note: $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right)$ เป็นมุมที่ m หลุดเมื่อ $M \rightarrow \infty$

Marking scheme

2. การละลายของฟิวส์

2.1 Power dissipated in R คือ $P = i^2 R = i^2 \frac{\rho \ell}{\pi r^2}$ (1 คะแนน)

$$\frac{d}{dt} T = \frac{P}{c \times \text{mass}} = \frac{i^2 \rho \ell}{c \pi^2 \ell D \pi r^2} = \frac{i^2}{(\pi r^2)^2} \frac{\rho}{c D}$$
 (1 คะแนน)

2.2 $\frac{d}{dt} T = 0.70 \text{ } ^\circ\text{C/s}$ (ถ้าไม่ใส่หน่วย หัก 0.2 คะแนน) (1 คะแนน)

(ถ้าคำตอบมีนัยสำคัญไม่ถูกต้อง หัก 0.3 คะแนน)

(ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องเนื่องจากสูตรในข้อ 2.1 ผิด แต่แทนค่าตัวเลขถูก หัก 0.5 คะแนน)

2.3 $\frac{d}{dt} T = \frac{i^2}{\pi^2 r^4} \frac{\rho}{c D} - \frac{\alpha 2 \pi \ell}{c \pi^2 \ell D} (T - T_a) = \frac{i^2}{\pi^2 r^4} \frac{\rho}{c D} - \frac{2 \alpha}{c r D} (T - T_a)$ (2 คะแนน)

(เทอมของการสูญเสียความร้อน $-\alpha 2 \pi \ell (T - T_a)$)

และสมการที่ได้จากกฎอนุรักษ์พลังงาน $P = \dot{Q}_{\text{fuse}} + \dot{Q}_{\text{loss}}$ 1 คะแนน)

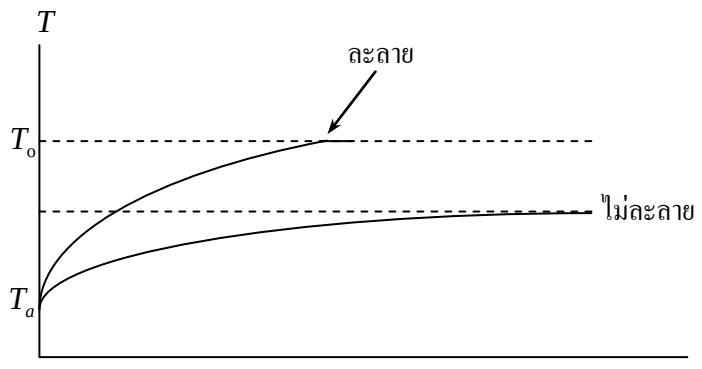
2.4 $T = \text{ค่าสุดท้าย}$ เมื่อ $\frac{d}{dt} T = 0$ เนื่องจาก T คงที่ ไม่ใช่เพราะ T มีค่าสูงสุด (1 คะแนน)

$$T_{\text{สุดท้าย}} = T_a + \frac{i^2}{\pi^2 r^4} \frac{\rho}{c D} \frac{1}{2 \pi \ell \alpha} \cdot c \pi^2 \ell D = T_a + \frac{i^2}{\pi^2 r^3} \frac{\rho}{2 \alpha}$$
 (1 คะแนน)

(คะแนนสำหรับการจัดรูปและวิธีทำให้ 0.8 คะแนน คำตอบสุดท้าย ให้ 0.2 คะแนน)

2.5 ละลายเมื่อ $T_{\text{สุดท้าย}} > T_0$ (1 คะแนน)

ดังนั้นเงื่อนไขคือ $\frac{i^2}{\pi^2 r^3} \frac{\rho}{2 \alpha} > T_0 - T_a$ (1 คะแนน)

2.6  (1 คะแนน)

ถ้าเส้นกราฟที่เพิ่มขึ้นไม่แสดงถึง slope ที่ลดลงเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น หัก 0.3 คะแนนต่อเส้น

ถ้าเขียนกราฟข้างนอกกระดาษสรุปคำตอบ

โดยไม่ใส่ label T_0 และ T_a หัก 0.1

Marking scheme

3. ก้อนประจุทรงกลม

$$3.1 \quad \delta V = \frac{\rho 4\pi \xi^2 \delta \xi}{4\pi \epsilon_0 \xi} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \xi \delta \xi \quad (1 \text{ คะแนน})$$

หลักการ: ศักย์ไฟฟ้าภายในผิวทรงกลมสมมาตรคงที่ หรือสนามไฟฟ้าภายในผิวทรงกลมสมมาตรเป็นศูนย์

สะสางสมการ ได้ 0.6 คะแนน เขียนอธิบายหรือแสดงเฉพาะหลักการ ได้ 0.4 คะแนน

$$3.2 \quad V_1 = \int_r^R \frac{\rho}{\epsilon_0} \xi \delta \xi = \frac{\rho \xi^2}{2\epsilon_0} \Big|_r^R = \frac{\rho}{2\epsilon_0} (R^2 - r^2) \quad (1 \text{ คะแนน})$$

การ integrate ถูกต้อง ได้ 0.4 คะแนน กำหนด limit ถูกต้องได้ 0.4 คะแนน สะสางสมการ ได้ 0.2 คะแนน

$$3.3 \quad V_2 = \left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \right) \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r^2 \quad (1 \text{ คะแนน})$$

หลักการ:

ศักย์ไฟฟ้าภายนอกทรงกลมสมมาตรมีค่าเท่ากับศักย์ไฟฟ้าของประจุที่เท่ากันที่อยู่นั้น ตำแหน่งจุดศูนย์กลางทรงกลม

เขียนอธิบายหรือแสดงเฉพาะหลักการ ได้ 0.5 คะแนน สะสางสมการ ได้ 0.5 คะแนน

$$3.4 \quad V = V_1 + V_2 = \frac{\rho}{2\epsilon_0} R^2 - \frac{\rho}{6\epsilon_0} r^2 = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(R^2 - \frac{1}{3} r^2 \right) \quad (1 \text{ คะแนน})$$

หลักการ: ศักย์ไฟฟ้ารวมเท่ากับผลรวมเชิงสเกลาร์ของศักย์ไฟฟ้าย่อย

เขียนอธิบายหรือแสดงเฉพาะหลักการ ได้ 0.5 คะแนน สะสางสมการ ได้ 0.5 คะแนน

$$3.5 \quad V_Q = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(R^2 - \frac{1}{3} r^2 \right) - \frac{q'}{4\pi \epsilon_0 (r_0 + r)} \quad (2 \text{ คะแนน})$$

หลักการ:

1. ศักย์ไฟฟ้ารวมเท่ากับผลรวมเชิงสเกลาร์ของศักย์ไฟฟ้าย่อย

2. หลักการหาศักย์ไฟฟ้าของจุดประจุ

เขียนอธิบายหรือแสดงเฉพาะหลักการข้อที่ 1 ได้ 0.4 คะแนน

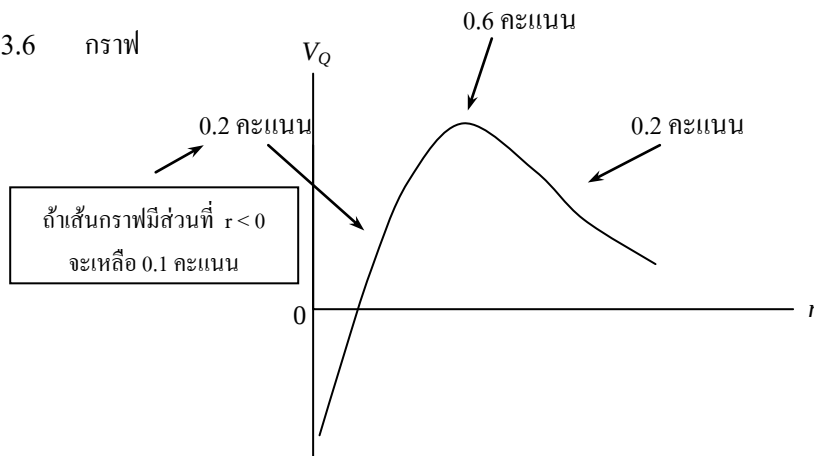
เขียนอธิบายหรือแสดงเฉพาะหลักการข้อที่ 2 ได้ 0.4 คะแนน

เขียนเทอมศักย์ไฟฟ้าของจุดประจุ = $-\frac{q'}{4\pi \epsilon_0 (r_0 + r)}$ ได้ 0.8 คะแนน

หาผลรวมของศักย์ไฟฟ้า ได้ 0.4 คะแนน

3.6 กราฟ

(1 คะแนน)



$$3.7 \quad E_Q = -\frac{d}{dr} \left\{ \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(R^2 - \frac{1}{3}r^2 \right) - \frac{q'}{4\pi\epsilon_0(r_0+r)} \right\} = +\frac{\rho}{3\epsilon_0}r - \frac{q'}{4\pi\epsilon_0(r_0+r)^2}$$

(1 คะแนน)

Scheme 1:

แสดงหลักการที่ถูกต้องในการหาสนามไฟฟ้าที่นอกเหนือจากที่แนะไว้ได้ 0.5 คะแนน
 สะสมการได้ถูกต้อง ได้ 0.5 คะแนน

Scheme 2:

$$\text{ใช้ } E_r = -\frac{d}{dr}V$$

เลือก V ที่ถูกต้อง ได้ 0.5 คะแนน

สะสมการได้ถูกต้อง ได้ 0.5 คะแนน

$$3.8 \quad E_Q = 0 \text{ เมื่อ } r(r_0+r)^2 = \frac{q'3\epsilon_0}{4\pi\epsilon_0\rho} \text{ กรณีที่ } r = r_0 \text{ ได้ } r_0^3 = \frac{3q'}{16\pi\rho}$$

(2 คะแนน)

หลักการ:

รู้เงื่อนไขของสมดุล ($E=0$) ได้ 0.8 คะแนน

รู้ว่า $r \approx r_0$ ได้ 0.2 คะแนน

สะสมการ 0.7 คะแนน

ผลลัพธ์สุดท้ายถูกต้องสมบูรณ์ 0.3 คะแนน

หมายเหตุ: ความผิดพลาดเนื่องจากความสะเพร่า จะถูกหักครั้งละ 0.1 คะแนน