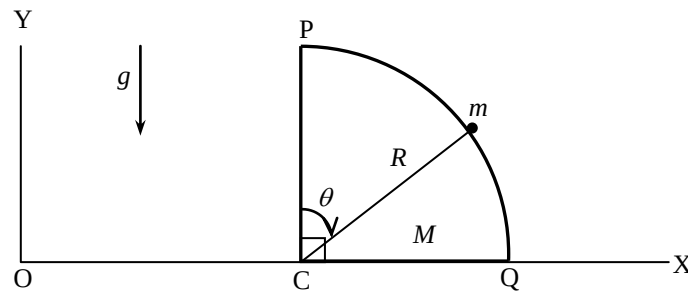


1. การไหลของมวลบนผิวทรงกระบอก



PCQ เป็นผิวของทรงกระบอกตัน มวล M รัศมี R ผิวเรียบเกลี้ยง วางนิ่งบนพื้นระดับราบและเส้น m เป็นมวลเล็ก ๆ ซึ่งปล่อยให้ไหลจากใกล้ยอด P จากหยุดนิ่ง ระบบ XOY เป็นระบบอ้างอิงเฉื่อย V เป็นอัตราเร็วของ M ที่ขณะเวลา t ใด ๆ v เป็นอัตราเร็วของ m ในแนวสัมผัสผิวทรงกระบอกเทียบกับจุด C ที่เวลา t เดียวกัน ซึ่งขณะนั้นเส้น Cm ทำมุม θ กับแนวตั้ง CP

1.1 จงหา v และ V ในเทอมของ M, m, g, R และ θ

(5 คะแนน)

1.2 จงทำการประมาณค่า v และ V ในเทอมของ M, m, g, R และ θ สำหรับกรณีที่ m มีค่าน้อยกว่า M มาก ๆ

(2 คะแนน)

1.3 จงประมาณต่อว่า m จะหลุดจากผิวทรงกระบอกเมื่อมุม θ เล็กหรือใหญ่กว่ามุมที่ m หลุดจากผิวทรงกระบอกสำหรับกรณีที่มวล M มีค่าเป็นอนันต์

(3 คะแนน)

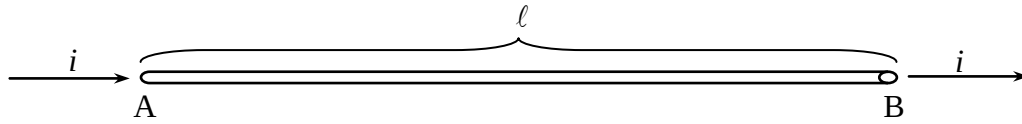
ข้อแนะนำ:

1. $(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx, \quad x \ll 1$

2. ในระบบอ้างอิงที่อยู่นิ่งเทียบกับ C นั้น กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อ 2 ต้องดัดแปลงเป็น

$$(\text{มวล}) \times (\text{ความเร่ง}) = (\text{แรง}) - (\text{มวล}) \left(\frac{d}{dt} V \right)$$

2. การละลายของฟิวส์



AB เป็นลวดตัวนำยาว ℓ รัศมี r มีสภาพต้านทานไฟฟ้าเป็น ρ ความหนาแน่นเป็น D ความจุความร้อนจำเพาะเป็น c กระแสไฟฟ้า i กำลังไหลผ่านลวดนี้

2.1 ถ้าไม่มีการสูญเสียความร้อนในเส้นลวด ℓ นี้ไปสู่ภายนอกเลย จงหาอัตราการเพิ่มของอุณหภูมิ $\frac{dT}{dt}$ ของเส้นลวดในเทอมของ i, r, ρ, c, D และ ℓ (2 คะแนน)

2.2 ถ้ากำหนดให้ $D = 7.3 \text{ g/cm}^3$, $c = 0.23 \text{ J/g}^\circ\text{C}$, $\rho = 11.5 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$, $\ell = 5.0 \text{ cm}$, $r = 0.10 \text{ cm}$ และ $i = 10 \text{ A}$ จงคำนวณหา $\frac{dT}{dt}$ (1 คะแนน)

2.3 ถ้าความร้อนที่เกิดขึ้นมีการสูญเสียออกไปจากเส้นลวดด้วย โดยอัตราการสูญเสียความร้อนนี้แปรผันตรงกับพื้นที่ผิวรอบเส้นลวด และแปรผันตรงกับผลต่างระหว่างอุณหภูมิ T ของเส้นลวดกับอุณหภูมิ T_a ของห้อง จงเขียนสมการที่บรรยายอัตราการเปลี่ยนแปลงของ T (2 คะแนน)

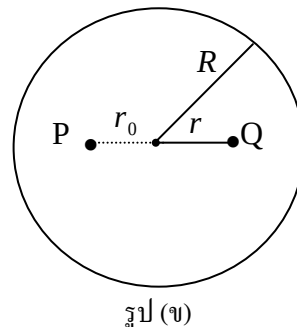
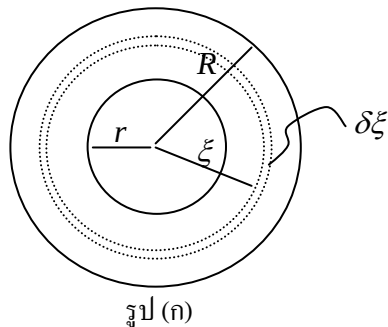
2.4 จากข้อ 2.3 อุณหภูมิสูงสุดที่เส้นลวดมีได้ มีค่าเท่าไร ตอบในเทอมของ i, r, ρ, c, D, ℓ และ T_a และค่าคงที่ของการแปรผัน (2 คะแนน)

2.5 ถ้าจุดหลอมเหลวของลวดนี้คืออุณหภูมิ T_0 จงเขียนเงื่อนไขที่ลวดนี้จะละลายได้ในเทอมของปริมาณในข้อ 2.4 (2 คะแนน)

2.6 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ T กับเวลา t ในข้อ 2.3 อย่างคร่าว ๆ สำหรับกรณีที่เส้นลวดละลายและกรณีที่มันไม่ละลาย (1 คะแนน)

3. ก้อนประจุทรงกลม

ทรงกลมตันรัศมี R มีประจุบวกกระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอ ด้วยความหนาแน่น ρ



3.1 พิจารณารูป (ก) จงหาว่าศักย์ไฟฟ้า δV ณ ตำแหน่งที่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ r ที่เกิดจากเนื้อประจุในชั้นทรงกลมบาง ๆ (shell) รัศมี ξ หนา $\delta \xi$ มีค่าเป็นเท่าใด ให้ตอบในรูปของ $\rho, \xi, \delta \xi$ และ ϵ_0 โดยที่ ϵ_0 เป็นสภาพยอมทางไฟฟ้าของสุญญากาศ (permittivity of free space) (1 คะแนน)

3.2 พิจารณาคำถามเดียวกับในข้อ 3.1 ศักย์ไฟฟ้า V_1 เนื่องจากประจุในช่วงจาก $\xi = r$ ถึง $\xi = R$ มีค่าเท่าใดในรูปของ ρ, r, R และ ϵ_0 (แนะ: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$) (1 คะแนน)

3.3 พิจารณาคำถามเดียวกับในข้อ 3.1 ศักย์ไฟฟ้า V_2 เนื่องจากประจุภายในรัศมี r มีค่าเท่าใดในรูปของ ρ, r และ ϵ_0 (1 คะแนน)

3.4 ศักย์ไฟฟ้ารวมที่ระยะ r จากจุดศูนย์กลาง มีค่าเท่าใดในรูปของ ρ, r, R และ ϵ_0 (1 คะแนน)

3.5 พิจารณารูป (ข) ถ้านำประจุ $-q'$ ไปวางไว้ได้ที่จุด P ซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ r_0 จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด Q ซึ่งอยู่ตรงข้ามจุด P และอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ r (แนะ: ให้นำผลจากข้อ 3.4 มาใช้ด้วย) (2 คะแนน)

3.6 จงเขียนกราฟของศักย์ไฟฟ้าในข้อ 3.5 กับระยะ r จากจุดศูนย์กลางอย่างคร่าว ๆ (1 คะแนน)

3.7 จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด Q (แนะ: $E_r = -\frac{d}{dr}V$) (1 คะแนน)

3.8 หาค่า $r = r_0$ ที่ทำให้ประจุ $-q'$ อีกตัวหนึ่งซึ่งอยู่ที่จุด Q อยู่ในสมดุลได้ (2 คะแนน)

แนะ: $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$