

Electrical & Mechanical Properties of Nichrome & Steel Wires

[20 คะแนน]

Solution & Marking Scheme

ตอนที่ 1. เส้นผ่านศูนย์กลางของลวดนิโครม

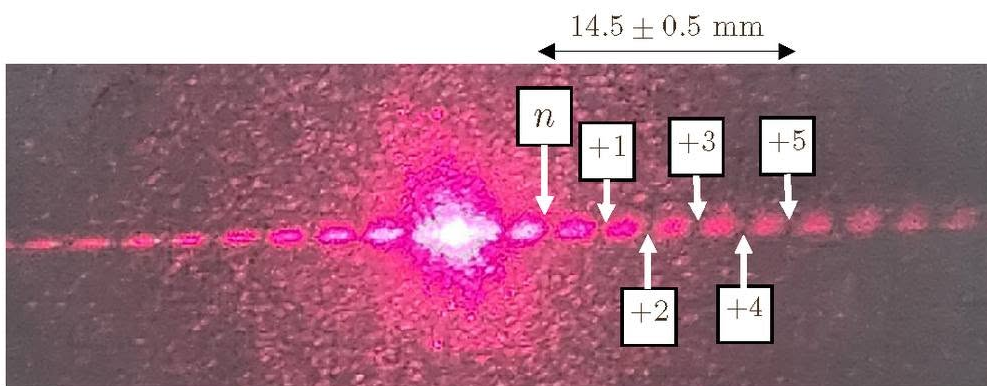
[1.6 คะแนน]

1.a บันทึกผลการทดลอง

ระยะจากลวดไปยังฉาก $L = 85.0 \pm 0.2$ cm วัดโดยใช้สายวัดโดยตั้งให้ตั้ง พร้อมกับอ่านระยะไปในตัว

ความคลาดเคลื่อนจริงดูมากกว่าสเกลเล็กสุด (0.1 mm) หรืออาจจะใช้ขาตั้งช่วยตั้งสายวัดไว้ข้างหนึ่งเพื่อให้หนึ่งก็ได้

วาดรี้วการแทรกสอด



1.a	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน	หมายเหตุ
1	ใช้ระยะระหว่างฉาก 50 cm ขึ้นไป (0.1) มีค่าคลาดเคลื่อน 1 — 2 mm (0.1)	0.2	
2	วาดรี้วการแทรกสอดมีแถบมืดสว่าง (0.1) บริเวณตรงกลางสว่างมาก จนไม่เห็นรี้วภายใน หรือเขียนกำกับ (0.1)	0.2	
3	มีการเปลี่ยนตำแหน่งบนเส้นลวดแล้ววัดซ้ำ	0.1	
รวม	1.a	0.5	

1.b การคำนวณเส้นผ่านศูนย์กลาง

อธิบายวิธีคำนวณเส้นผ่านศูนย์กลาง

- เนื่องจากแถบสว่างกลางนั้นสว่างมาก น่าจะกลบแถบมืดแรกจนมองไม่เห็น หรืออาจจะหายไป 2 แถบ ไม่สามารถนับจากแถบมืดแรกได้ จึงเลือกแถบมืดที่มองเห็นชัดแถบแรก นับเป็น n แล้วนับต่อไปอีกหลายแถบเพื่อหาส่วนต่าง (ในที่นี้นับไป 5 แถบ) หากวัดระยะเพียง 1 แถบจะมีค่าคลาดเคลื่อนสูงมาก เพราะแต่ละแถบมืดห่างกันไม่มาก
- คำนวณเส้นผ่านศูนย์กลางจาก $\phi \frac{x_{n+5}}{L} - \phi \frac{x_n}{L} = (n+5)\lambda - n\lambda = 5\lambda$
- วัดตำแหน่งที่ 1: แทนค่า ได้ $\phi = \frac{5 \times 650 \times 10^{-9} \times 0.85}{14.5 \times 10^{-3}} = 0.191 \text{ mm}$
- วัดตำแหน่งที่ 2: แทนค่า ได้ $\phi = \frac{5 \times 650 \times 10^{-9} \times 0.85}{14.0 \times 10^{-3}} = 0.197 \text{ mm}$
- คำนวณค่าคลาดเคลื่อนจากการวัดหนึ่งครั้ง $\frac{\Delta\phi}{\phi} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{0.2}{85.0} + \frac{0.5}{14.5} + \frac{10}{650} = 5.2\%$
- คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนจากส่วนต่างการวัดสองครั้ง $\frac{\Delta\phi}{\phi} = \frac{|\phi_1 - \phi_2|}{2\phi} = 3.3\%$
- เลือกความคลาดเคลื่อนที่มากกว่า $\Delta\phi = \phi \times 5.22\% = 0.010 \text{ mm}$

ได้ $\phi \pm \Delta\phi = 0.191 \pm 0.010 \text{ mm}$ หรือ $\phi \pm \Delta\phi = 0.19 \pm 0.01 \text{ mm}$

ตอนที่ 2. Resistivity ของลวดนิโครม

[5.6 คะแนน]

2.a ออกแบบการทดลอง

สมการเส้นตรงสำหรับการทดลองนี้คือ $R_{\text{NiCr}} = R - R' = \frac{\rho}{A} \ell$

เมื่อความต้านทานที่วัดได้ R คือของลวดนิโครม R_{NiCr} รวมกับความต้านทานอื่นๆ R'

แกน $x = \ell$ และแกน $y = R$

Slope คือ $\frac{\rho}{A}$ จุดตัดแกน y คือ R'

อธิบายวิธีทดลองในภาพรวม

- ใช้ลวด nichrome เส้นเดิม
- จับปลายไว้โดยออกแรงดึงให้น้อยที่สุด และลวดไม่หย่อน

การวัดตัวแปรสำคัญๆ

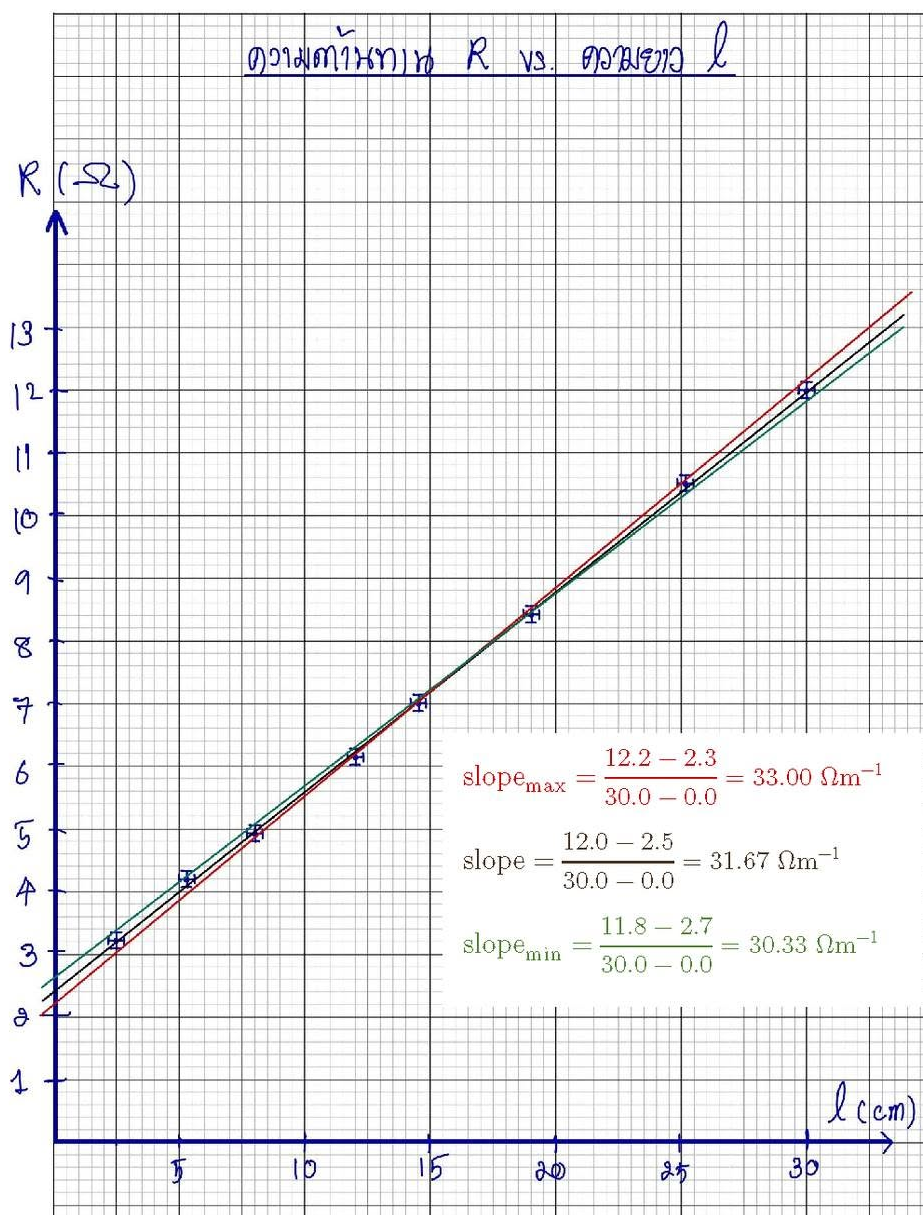
- ใช้ multimeter วัดความต้านทานที่ความยาว ℓ ต่างๆ
แต่ละความยาว ℓ ใช้ไม้บรรทัดวัด

2.b บันทึกผลการทดลอง

- เนื่องจากตัวหนึบปากจระเข้มีขนาดใหญ่ วัดระยะยาก จึงใช้ค่าคลาดเคลื่อนของตำแหน่งเท่ากับขนาดของตัวหนึบปากจระเข้

ความยาว ℓ (cm)	ความต้านทาน R (Ω)
2.5 ± 0.2	3.2 ± 0.1
5.3 ± 0.2	4.2 ± 0.1
8.0 ± 0.2	4.9 ± 0.1
12.0 ± 0.2	6.1 ± 0.1
14.5 ± 0.2	7.0 ± 0.1
19.0 ± 0.2	8.4 ± 0.1
25.2 ± 0.2	10.5 ± 0.1
30.0 ± 0.2	12.0 ± 0.1

2.c การวาดกราฟ



2.d การคำนวณค่า resistivity

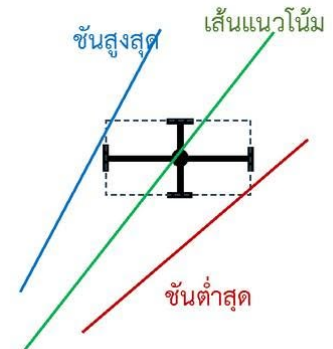
จากสมการ $R = \frac{\rho}{A} \ell + R'$

ความชัน slope = $\frac{\rho}{A}$ ดังนั้น จุดตัดแกน y คือ R'

ลากเส้นความชันที่ดีที่สุด เส้นความชันสูงสุด เส้นความชันต่ำสุด

สูงสุดที่ยังอยู่ภายในกรอบสี่เหลี่ยมของ error bar

ได้ slope = $31.67 \pm 1.33 \text{ } \Omega\text{m}^{-1}$



ดังนั้น

$$\rho = \text{slope} \times A = 31.67 \times \pi \times \left(\frac{0.19 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 = 0.90 \times 10^{-6} \text{ } \Omega\text{m}$$

$$\Delta\rho = \rho \left(\frac{\Delta\text{slope}}{\text{slope}} + \frac{2\Delta\phi}{\phi} \right) = 0.13 \times 10^{-6} \text{ } \Omega\text{m}$$

จากจุดตัดแกนได้ $R' = 2.5 \pm 0.2 \text{ } \Omega$

ตอนที่ 3. Young's modulus ของลวดนิโครม

[6.9 คะแนน]

3.a บันทึกผลการทดลอง

ความยาวจากจุดหมุนไปยังกระบอก $L_1 = 5.0 \pm 0.1$ cm (กระบอกหนา และเล็งตำแหน่งจุดหมุนยาก)

ความยาวจากกระบอกไปยังฉาก $L_2 = 84.0 \pm 0.2$ cm (วัดด้วยสายวัด)

อธิบายการวัดความยาวของลวด

ตำแหน่งปลายด้านบน = ลวดร้อยผ่านรูทรงกระบอกด้านบน ปลายบนจึงเป็นผิวทรงกระบอกด้านบน

ตำแหน่งปลายด้านล่าง = ตำแหน่งของสกรูที่ยึดลวด

วัดโดยใช้สายวัด และน่าจะมีความคลาดเคลื่อนสูงเนื่องจากตำแหน่งที่ยึดลวดจริงๆ นั้นมองไม่เห็น อยู่ภายในทรงกระบอก สามารถประมาณได้จากตำแหน่งสกรูเท่านั้น

ความยาวลวด $\ell = 37.0 \pm 0.2$ cm

อธิบายการวัดแรง และตำแหน่งเลเซอร์บนฉาก

แบบที่ 1

- แปะกระดาษไว้บนฉาก
- เมื่อตั้งได้แรงตามที่ต้องการแล้ว ใช้แคลมป์ยึดตาชั่งไว้กับโต๊ะ อ่านค่าแรงจากสเกลหลังจากยึดด้วยแคลมป์ ใช้ปากกาทำขีดตำแหน่งของเลเซอร์บนฉาก
- ทำซ้ำครบทุกจุด แล้วนำกระดาษออกมาวัด Δy ด้วยบรรทัดใส
- ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งบนฉากประมาณ 1 mm ความคลาดเคลื่อนของแรงเท่ากับครึ่งช่องของสเกล หรือ 0.2 N

แบบที่ 2

- เอาไม้บรรทัดแปะบนฉากตรงตำแหน่งเลเซอร์ แล้วอ่านค่า y แต่ละครั้งที่เปลี่ยนแรงดึง แล้วค่อยนำมาหาส่วนต่าง Δy ในภายหลัง

แรง F อ่านค่า บวกลบครึ่งช่องของสเกลตาชั่งปริง ซึ่งเท่ากับ 0.2 N

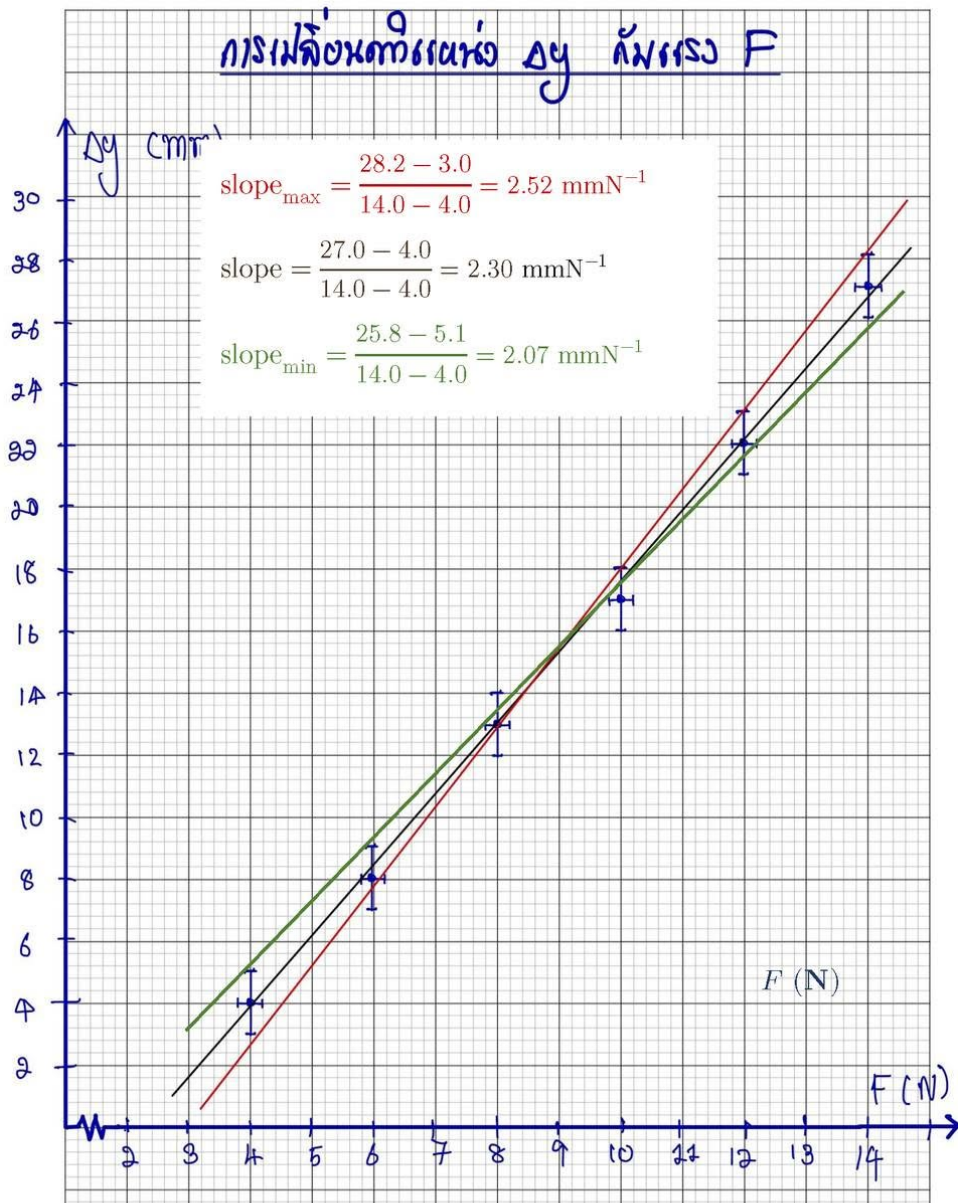
ตำแหน่งเลเซอร์มีการสั่นโยเย และกินพื้นที่กว้างเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ $2 - 3 \text{ mm}$ บนฉาก

ประมาณความคลาดเคลื่อน $\pm 1 \text{ mm}$

แรง $F \pm \Delta F$	การเปลี่ยน $\Delta y \pm \delta y$
หน่วย = N	หน่วย = mm
2.0 ± 0.2	0
4.0 ± 0.2	4 ± 1
6.0 ± 0.2	8 ± 1
8.0 ± 0.2	13 ± 1
10.0 ± 0.2	17 ± 1
12.0 ± 0.2	22 ± 1
14.0 ± 0.2	27 ± 1

อาจจะ plot แบบอื่น เช่น คำนวณ $\Delta \ell = \frac{L_1}{2L_2} \Delta y$ แล้วใช้เป็นข้อมูลแกนตั้ง โดยมีความกว้าง error bar แกนตั้งเท่ากับ $\delta \ell = \Delta \ell \left(\frac{\Delta L_1}{L_1} + \frac{\Delta L_2}{L_2} + \frac{\delta y}{\Delta y} \right)$

3.b การคำนวณและการวาดกราฟ



Offset ของแรงเท่ากับ 2 นิวตัน

อาจจะ plot แบบอื่น เช่น คำนวณ $\Delta \ell = \frac{L_1}{2L_2} \Delta y$ แล้วใช้เป็นข้อมูลแกนตั้ง โดยมีความกว้าง error bar แกนตั้งเท่ากับ $\delta \ell = \Delta \ell \left(\frac{\Delta L_1}{L_1} + \frac{\Delta L_2}{L_2} + \frac{\delta y}{\Delta y} \right)$

3.c การคำนวณค่า $E \pm \Delta E$ จากกราฟเส้นตรง

จากสมการ $E = \frac{F/A}{\Delta \ell / \ell}$ และ $\Delta \ell = \frac{L_1}{2L_2} \Delta y$

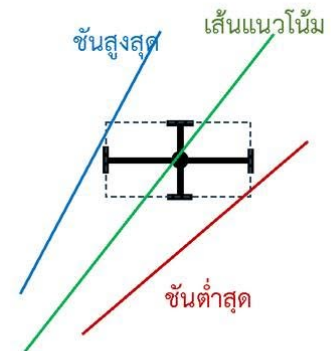
รวมกันได้ $E = \left(\frac{2\ell L_2}{AL_1} \right) \frac{F}{\Delta y}$ หรือ $\Delta y = \left(\frac{2\ell L_2}{AL_1 E} \right) F$

ความชัน slope = $\frac{2\ell L_2}{AL_1 E}$

ลากเส้นความชันที่ดีที่สุด เส้นความชันสูงสุด เส้นความชันต่ำสุด

สูงสุดที่ยังอยู่ภายในกรอบสี่เหลี่ยมของ error bar

ได้ slope = $2.30 \pm 0.23 \times 10^{-3} \text{ mN}^{-1}$



ดังนั้น

$$E = \frac{2\ell L_2}{AL_1 \times \text{slope}} = 1.91 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta \text{slope}}{\text{slope}} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{\Delta L_2}{L_2} + \frac{\Delta L_1}{L_1} = 0.23$$

$$\Delta E = 0.45 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

ความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่มาจาก slope และความคลาดเคลื่อนของรัศมี ซึ่งหากเน้นที่ความคลาดเคลื่อนของสองปริมาณนี้ อาจใช้ $\sqrt{\Sigma \text{variance}_i}$ ได้

สรุปสำหรับลวดนิโครม $E = (1.9 \pm 0.5) \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

ใน literature อยู่ในช่วง $(1.5 - 2.5) \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

ตอนที่ 4. Young's modulus ของลวดเหล็ก

[5.9 คะแนน]

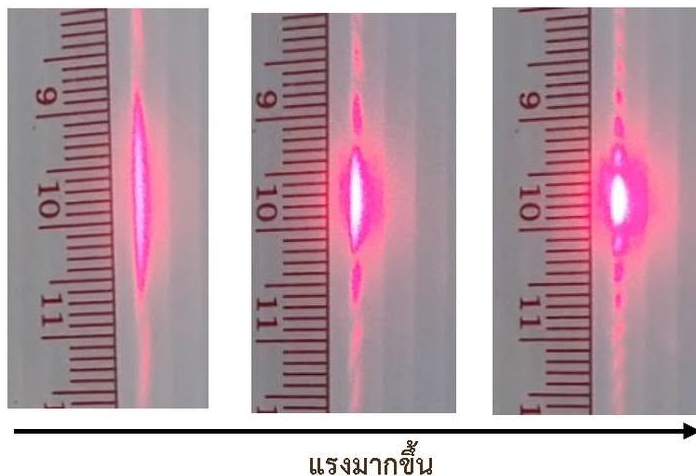
4.a. บันทึกผลการทดลองและการคำนวณ

ระยะทางจากสลิตไปยังฉาก $L = 85.0 \pm 0.2$ cm

ความยาวเส้นลวดช่วงที่ทดลอง $\ell = 10.9 \pm 0.2$ cm

อธิบายวิธีการทดลองและการวัดระยะระหว่างแถบมืดบนฉาก

- ตั้งแล้วคลายแรงสองสามรอบ พร้อมปรับตำแหน่งของอลูมิเนียมที่เป็นโครงสลิต เพื่อให้ได้รั้วการแทรกสอดที่กว้างที่สุด (ประมาณ 1.5 cm) แต่ไม่จางเกินไปจนมองไม่ชัด หลังจากใช้แรงดึงมากขึ้น รั้วจะเล็กลงจนวัดลำบาก ดังนั้นตอนแรกต้องกว้างไว้ก่อน
- หลังจากตั้งแล้ว ความกว้างของแถบสว่าง (ระยะระหว่างแถบมืดบนล่าง) มีขนาดน้อยลง และเริ่มเห็นแถบมืดลำดับถัดๆ ไปชัดเด่นขึ้น นักเรียนอาจจะวัดระยะเพิ่มไปถึงแถบมืดลำดับถัดๆ ไป $n \geq 2$ และใช้ $d \frac{\Delta y}{L} = 2 \times n\lambda$ เพื่อความแม่นยำที่มากขึ้น
- ยึดสปริงไว้กับโต๊ะ แล้วใช้ไม้บรรทัดหาเพื่อวัดระยะระหว่างแถบมืด $n = +1$ และ $n = -1$ เป็นการวัดที่ต่อเนื่องมากกว่าการทำเครื่องหมายบนกระดาษ แล้วนำกระดาษออกจากฉากมาวัด



ตารางบันทึกผลการทดลอง

ให้ที่ตำแหน่งแรงน้อยสุด มีระยะยัด = 0

คำนวณความกว้างของสลิตจาก $d = \frac{2L}{\Delta y} \lambda$

กรณีวัดโดยใช้แถบมิตบนล่างตำแหน่งถัดไป ($n > 1$) จะได้ $d = \frac{2nL}{\Delta y} \lambda$

ตำแหน่งการวัดที่มีขนาดแรงสูง ตำแหน่งที่ 2 หรือ 3 จะทำให้การวัดแม่นยำขึ้น แต่ต้องใช้สมการจากตอนที่ 1 ช่วยในการคำนวณ

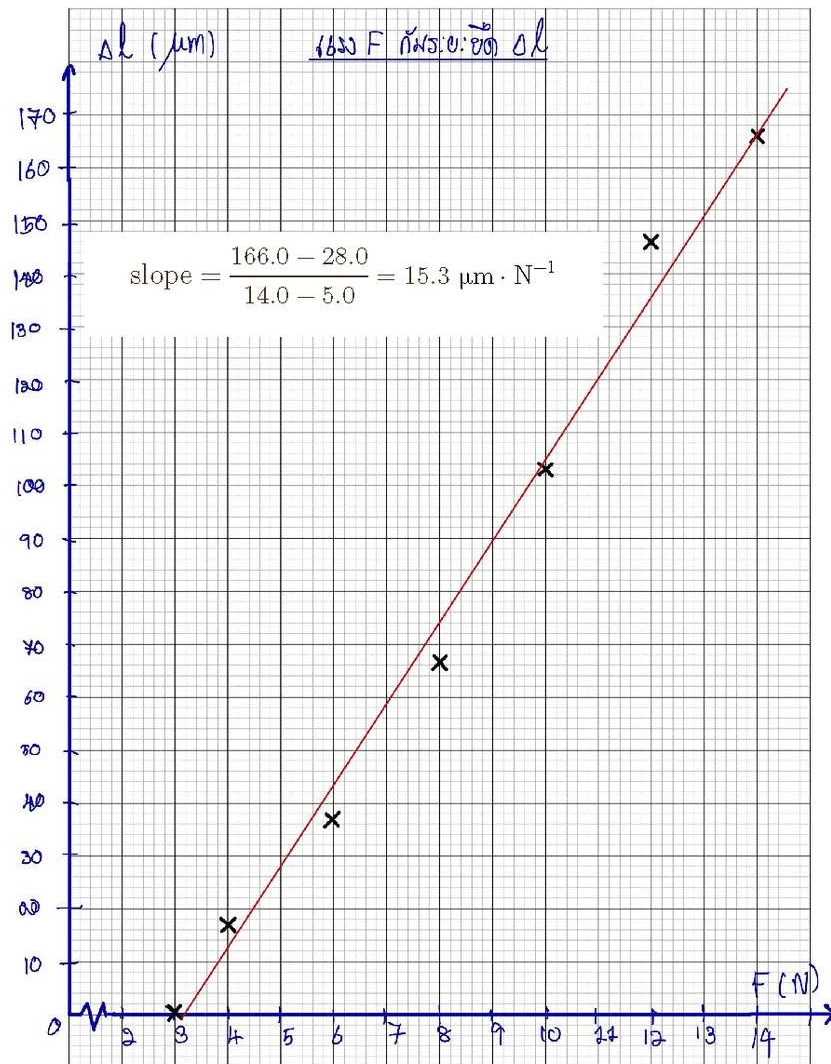
แรง F	ลำดับแถบมืด n	ความกว้าง Δy	ความกว้างสลิต d	ระยะยัด $\Delta \ell$
หน่วย= N		หน่วย= mm	หน่วย= μm	หน่วย= μm
3.0	1	20	55.3	0
4.0	1	15	73.7	18.4
6.0	1	12	92.1	36.8
8.0	1	9	122.7	67.4
10.0	2	14	157.9	103
12.0	2	11	200.9	146
14.0	2	10	221.0	166

หลักการทั่วไปในการคำนวณขั้นตอนระหว่างกลาง (ที่ยังไม่ใช่คำตอบสุดท้าย) ให้คงจำนวนเลขนัยสำคัญมากกว่าจำนวนเลขนัยสำคัญจากการวัด เพื่อไม่ให้เกิด rounding error ในคำตอบสุดท้าย

ตรวจให้คะแนนข้อ 4.b และ 4.c ก็ต่อเมื่อกราฟที่นักเรียน plot มาจากสมการเส้นตรง

ตัวอย่างการ plot แบบอื่นที่ไม่ใช่สมการเส้นตรง เช่น F vs. Δy

4.b การคำนวณและการวาดกราฟ



Offset ของแรงเท่ากับ 3 N (จุดที่ใช้ ref ระยะยืดเท่ากับ 0)

4.c การคำนวณค่า E จากกราฟเส้นตรง

จากสมการ $E = \frac{F/A}{\Delta\ell/\ell}$

ความชัน slope = $\frac{\Delta\ell}{F}$

ลากเส้นความชันที่ดีที่สุด

ได้ slope = $15.3 \mu\text{m} \cdot \text{N}^{-1}$

ดังนั้น

$$E = \frac{1}{\text{slope}} \times \frac{\ell}{A} = 2.3 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$$

ค่าใน literature อยู่ในช่วง $(1.9 - 2.2) \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

อ้างอิง

1. <https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=916>
2. <https://www.bestech.com.au/wp-content/uploads/Modulus-of-Elasticity.pdf>
3. https://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_417.html
4. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3696572>
5. <https://dialnet.unirioja.es/download/articulo/3696572.pdf>