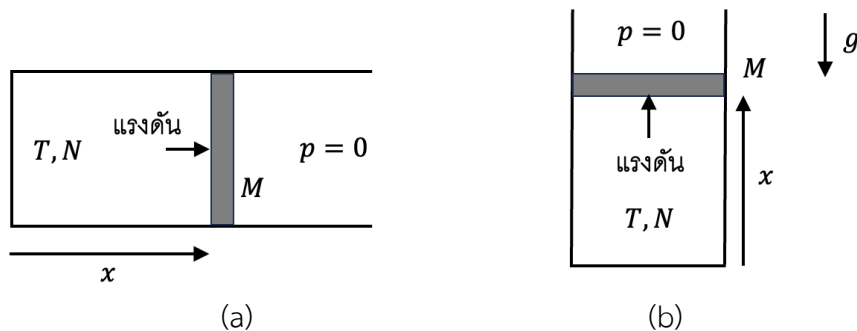


ข้อที่ 1. แรงดันบนลูกสูบ

[10 คะแนน]

รูปที่ 1 แสดงภาชนะทรงกระบอกวางตัวในแนวนอน (รูป 1a) และแนวตั้ง (รูป 1b) ภายในบรรจุแก๊สจำนวน N อนุภาค ที่อุณหภูมิ T ภาชนะถูกปิดด้วยลูกสูบลม M ซึ่งสามารถเคลื่อนที่โดยไม่มีแรงเสียดทาน สมมติให้ภายนอกภาชนะเป็นสุญญากาศ และแก๊สประพฤติตัวเป็นแก๊สอุดมคติ กำหนดให้ k คือค่าคงตัวของ Boltzmann และ g คือความเร่งเนื่องจากสนามโน้มถ่วง



รูปที่ 1 ภาชนะทรงกระบอกปิดด้วยลูกสูบลมวางตัวใน (a) แนวนอน และ (b) แนวตั้ง

ตอนที่ 1 ความดันสมดุล (equilibrium pressure)

ลูกสูบเคลื่อนที่ภายใต้แรงดันจากแก๊ส สมมติให้ลูกสูบเคลื่อนที่ช้าพอจนการเปลี่ยนแปลงของระบบเป็นแบบเสมือนสถิต (quasi-static) กล่าวคือ ทุกขณะถือได้ว่าระบบอยู่ในสภาวะสมดุลทางอุณหพลศาสตร์ (thermodynamic equilibrium) ส่งผลให้แก๊สมีความดันและอุณหภูมิสม่ำเสมอทั่วทุกจุดในภาชนะ เราจะเรียกความดันนี้ว่าความดันสมดุล (equilibrium pressure) ซึ่งเป็นไปตามกฎของแก๊สอุดมคติ สมมติให้อุณหภูมิของแก๊สมีค่าคงที่ตลอดเวลา

รูปที่ 1a แสดงภาชนะวางตัวในแนวนอน เริ่มต้นลูกสูบหยุดนิ่งและอยู่ห่างจากก้นภาชนะเป็นระยะทาง $x = a$ ต่อมาปล่อยให้แก๊สขยายตัวและดันลูกสูบไปทางขวา

a) จงหาขนาดของแรงที่กระทำต่อลูกสูบที่ตำแหน่ง x ใด ๆ [0.5 คะแนน]

b) จงแสดงว่างานที่แก๊สทำบนลูกสูบให้เคลื่อนที่จากตำแหน่ง $x = a$ ไปยังตำแหน่ง x ใด ๆ คือ $W_x = NkT \ln(x/a)$ จากนั้นจงหา W_{2a} ขณะที่ลูกสูบเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่ง $x = 2a$ [1.0 คะแนน]
 คำแนะนำ นักเรียนสามารถใช้ $\int z^{-1} dz = \ln z + C$

c) จากข้อ b) จงหาอัตราเร็ว $v(x)$ ของลูกสูบ [0.5 คะแนน]

รูปที่ 1b แสดงภาพขณะวางตัวในแนวตั้ง เริ่มต้นลูกสูบหยุดนิ่งที่ตำแหน่งสมดุล $x = b$ ต่อมาสะกิดลูกสูบเล็กน้อย พบว่าลูกสูบสั่นรอบตำแหน่งสมดุล โดยการเขียนสมการการเคลื่อนที่ของนิวตัน และให้ $x = b + \delta(t)$, $|\delta(t)| \ll b$ พบว่าสมการการเคลื่อนที่ของลูกสูบคือ

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \omega^2\delta = 0 \quad (1)$$

โดยที่ ω เป็นความถี่เชิงมุม

d) จงหา b

[0.5 คะแนน]

e) โดยการใช้กฎของนิวตัน จงพิสูจน์สมการ (1) และหา ω

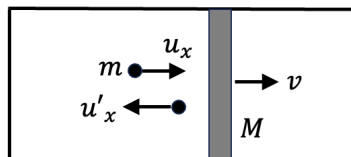
[1.5 คะแนน]

คำแนะนำ นักเรียนสามารถใช้ $(1+z)^n \approx 1+nz$, $|z| \ll 1$

ตอนที่ 2 ความดันไดนามิก (dynamic pressure)

ขณะที่ลูกสูบกำลังเคลื่อนที่ ความดันและความหนาแน่นของแก๊สบริเวณใกล้กับลูกสูบจะมีค่าแตกต่างจากบริเวณกลางภาชนะ เราจะเรียกความดันบนลูกสูบว่าเป็นความดันไดนามิก (dynamic pressure) P' ซึ่งไม่เท่ากับความดันสมดุล (equilibrium pressure) P โดยที่ $P' < P$ ในกรณีที่แก๊สขยายตัว และ $P' > P$ ในกรณีที่แก๊สยุบตัว

เพื่อเป็นการแสดงให้เห็นว่า P' มีค่าแตกต่างจาก P เราจะพิจารณาการชนระหว่างอนุภาคแก๊สและลูกสูบ รูปที่ 2 แสดงอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็วขนาด u_x ในทิศทาง $+x$ เข้าชนกับลูกสูบลูกมวล M ($M \gg m$) ที่กำลังเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันด้วยความเร็วขนาด $v < u_x$ และหลังชนอนุภาคมีความเร็วขนาด u'_x ในทิศทางตรงข้าม สมมติให้การชนเป็นแบบยืดหยุ่น



รูปที่ 2 อนุภาคเข้าชนกับลูกสูบที่กำลังเคลื่อนที่

f) จงหา u'_x ในรูปของ u_x และ v และจากนั้นจงแสดงว่าการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของอนุภาคเนื่องจากการชนมีขนาด $\Delta p_x = 2m(u_x - v)$

[1.0 คะแนน]

จากสมการในข้อ f) เราจะเห็นว่าอัตราเร็ว v ของลูกสูบที่เกิดจากการขยายตัวของแก๊สทำให้ Δp_x ของอนุภาคที่เข้าชนลูกสูบลดลงเทียบกับกรณีที่ลูกสูบหยุดนิ่ง ส่งผลให้ขนาดของแรงจากการชนลดลง และความดัน P' บนลูกสูบลดลงต่ำกว่าความดันสมดุล P กำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่าง P' และ P เป็นดังนี้

$$P' = P \left(1 - \frac{8v}{\pi v_g} \right), \quad v \ll v_g \quad (2)$$

โดยที่ $v_g = \sqrt{8kT/\pi m}$ คืออัตราเร็วเฉลี่ยของอนุภาค ในตอนนี้เราต้องการศึกษาการเคลื่อนที่ของลูกสูบภายใต้แรงดัน P' โดยยังคงสมมติให้ T คงที่ตลอดเวลา พารามิเตอร์ที่สำคัญคือ M_{gas}/M ซึ่งคืออัตราส่วนของมวลของแก๊สในภาชนะต่อมวลของลูกสูบ ($M_{gas} \ll M$)

เราจะกลับไปพิจารณาภาชนะวางตัวในแนวนอน (รูป 1a) เริ่มต้นลูกสูบหยุดนิ่งและอยู่ที่ตำแหน่ง $x = a$ ต่อมาปล่อยให้แก๊สขยายตัวและดันลูกสูบไปทางขวา การประมาณนี้จะใช้ $v(x)$ จากข้อ c) แทนลงในสมการ (2) และจากนั้นหางาน W'_x ที่เกิดจากความดัน P' บนลูกสูบ

g) ในการหางาน W'_{2a} ที่แก๊สทำบนลูกสูบให้เคลื่อนที่จาก $x = a$ ไปยัง $x = 2a$ เพื่อเป็นการเปรียบเทียบกับ W_{2a} ในข้อ b) จงแสดงว่าเราสามารถเขียน W'_{2a} ในรูปของ

$$W'_{2a} = W_{2a} \left(1 - \eta_1 \sqrt{\frac{M_{gas}}{M}} \right)$$

และจงหา η_1 ซึ่งเป็นตัวเลขค่าคงที่

[1.5 คะแนน]

คำแนะนำ นักเรียนสามารถใช้ $\int z^{-1} \sqrt{\ln z} dz = 2(\ln z)^{3/2}/3 + C$

เราจะกลับไปพิจารณาภาชนะวางตัวในแนวตั้ง (รูป 1b) อีกครั้ง เริ่มต้นลูกสูบหยุดนิ่งที่ตำแหน่งสมดุล $x = b$ ต่อมาสะกิดให้ลูกสูบออกจากสมดุลเล็กน้อย พบว่าลูกสูบจะสั่น เมื่อเขียนสมการกฎของนิวตัน และให้ $x = b + \delta(t)$, $|\delta(t)| \ll b$ ผลของความดันไดนามิกจะทำให้สมการการเคลื่อนที่อยู่ในรูป

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + 2\gamma\omega \frac{d\delta}{dt} + \omega^2\delta = 0 \quad (3)$$

โดยที่ $\gamma = \eta_2 \sqrt{M_{gas}/M}$ และ η_2 เป็นตัวเลขค่าคงที่

h) โดยการใช้อนุกรมของนิวตัน จงพิสูจน์สมการ (3) และระบุค่าของ η_2

[2.0 คะแนน]

คำแนะนำ นักเรียนสามารถใช้ $(1+z)^n \approx 1+nz$, $|z| \ll 1$

ในกรณีที่ $M_{gas} \ll M$ สมการ (3) มีคำตอบโดยประมาณคือ $\delta(t) = A(t) \sin \omega t$ โดยที่ $A(t)$ คือแอมพลิจูดซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา กำหนดให้ $A(0) = A_0$

i) จงหา $A(t)$ (ตอบในรูปของ ω, γ, A_0 และ t)

[1.2 คะแนน]

คำแนะนำ นักเรียนสามารถใช้ $\frac{d}{dz} \sin(\alpha z) = \alpha \cos \alpha z$, $\frac{d}{dz} \cos(\alpha z) = -\alpha \sin \alpha z$

และ $\int z^{-1} dz = \ln z + C$

j) จงหาตำแหน่ง x ของลูกสูบเมื่อเวลาผ่านไปนาน

[0.3 คะแนน]

ข้อที่ 2 Nuclear Fusion with Z-pinch

[10 คะแนน]

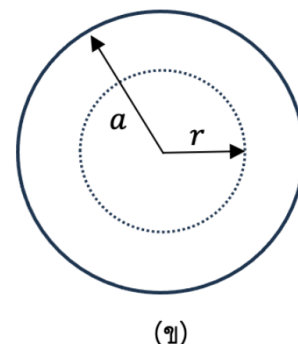
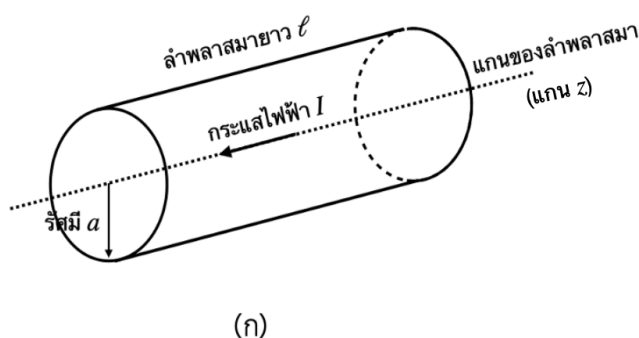
สูตรคณิตศาสตร์และค่าคงตัวที่เป็นประโยชน์สำหรับข้อนี้

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ เมื่อ $n \neq -1$
2. $\sin \theta \approx \theta$ เมื่อ $|\theta|$ มีค่าน้อยมาก ๆ
3. สภาพยอมของสุญญากาศ $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
4. ความซึมซาบได้ของสุญญากาศ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$
5. ค่าคงตัวของ Boltzmann $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
6. ค่าคงตัวประจุมูลฐาน $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

พลาสมาเกิดจากแก๊สได้รับความร้อนสูงจนกระทั่งอิเล็กตรอนหลุดออกมาจากอะตอม (เกิดการไอออไนซ์) กลายเป็นไอออนบวกและอิเล็กตรอนซึ่งสามารถเคลื่อนที่ได้อิสระทำให้พลาสมามีสภาพการนำไฟฟ้าสูง เมื่อพลาสมาอยู่ภายในสนามไฟฟ้าแม่เหล็ก มันจะเคลื่อนที่ภายใต้แรงจากสนามภายนอกและสนามจากการเคลื่อนที่ของมันเอง ในกรณีที่เราพิจารณาลำพลาสมาทรงกระบอกที่มีกระแสไฟฟ้าไหลตามความยาว (แกน z) ภายใต้เงื่อนไขที่เหมาะสม จะมีแรงแม่เหล็กบีบรัดให้รัศมีทรงกระบอกมีค่าน้อยลง เราเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า Z-pinch

ตอนที่ 1 กลไกการเกิด Z-pinch

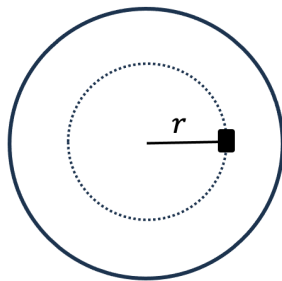
ลำพลาสมารัศมี a ยาว ℓ โดย $\ell \gg a$ (สามารถพิจารณาลำพลาสมาที่มีความยาวเป็นอนันต์ได้) เกิดจากการแตกตัวของแก๊สไฮโดรเจน จำนวนประจุไฟฟ้าบวกและลบมีเท่ากัน ทำให้เป็นกลางทางไฟฟ้า เมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอกตามแนวแกน z ประจุทั้งสองชนิดจะไหลสวนทิศทางกัน พิจารณาขณะมีกระแสไฟฟ้ารวม I ไหลผ่านตามแนวแกนของลำพลาสมา และความหนาแน่นกระแสมีค่าคงตัวตลอดพื้นที่หน้าตัดของลำพลาสมา



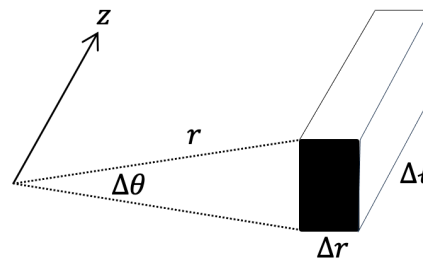
รูปที่ 1 (ก) ลำพลาสมารัศมี a ยาว ℓ โดยที่ $\ell \gg a$ ระบบลำพลาสมามีกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านตามแนวแกนของลำพลาสมา (ข) พื้นที่หน้าตัดของลำพลาสมารัศมี a

- a) จงหาขนาดของสนามแม่เหล็กที่ระยะ r จากจุดศูนย์กลางของลำพลาสมา (ดูรูปที่ 1 (ข)) ให้ตอบในรูปของตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้และค่าคงตัวทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้อง [1.2 คะแนน]

พิจารณาปริมาตรเล็ก ๆ ของพลาสมา (ชิ้นส่วนที่แรเงาในรูปที่ 2 (ก)) ที่รัศมี r มีความหนา Δr มีขนาดเชิงมุม $\Delta\theta$ เมื่อวัดจากแกนกลางลำพลาสมาและมีความยาว $\Delta\ell$ ตามลำพลาสมา (แกน z) ในกรณีนี้ให้ประมาณพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดเล็กมาก ดังที่แสดงในรูปที่ 2 (ข)



(ก)



(ข)

รูปที่ 2 (ก) ชิ้นส่วนปริมาตรเล็ก ๆ (ส่วนที่แรเงา) ของพลาสมาที่มีพื้นที่หน้าตัดโดยประมาณเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดเล็กมากในลำพลาสมา (ข) ภาพขยายของชิ้นส่วนแรเงาของ (ก)

- b) จงหาขนาดของแรงแม่เหล็กที่กระทำกับปริมาตรเล็ก ๆ นี้ ให้ตอบในรูปของตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้และค่าคงตัวทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้อง [1.3 คะแนน]

แรงที่เกิดขึ้นจะบีบรัดให้ลำพลาสมาบีบรัศมีเล็กลง เราจะสมมติว่าสถานการณ์และตัวแปรต่าง ๆ ที่กล่าวมาข้างต้นนั้นเกิดขึ้นขณะที่พลาสมาอยู่ในสมดุลแรงแล้ว เราพบว่าความดันพลาสมา $p(r)$ มีการเปลี่ยนแปลงเทียบกับระยะห่างจากแกนกลางของพลาสมา r ตามสมการ

$$\frac{dp}{dr} = -\beta \frac{I^2 r}{a^4} \quad (1)$$

- c) จงหาค่าคงตัว β [2.3 คะแนน]

- d) จงหาสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดัน p กับระยะห่างจากแกนกลางของพลาสมา r ให้ตอบในรูปของตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้และค่าคงตัวทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้อง ให้ประมาณว่าภายนอกลำพลาสมามีความดันเท่ากับศูนย์ [0.6 คะแนน]

กำหนดให้พลาสมาอยู่ในสมดุลความร้อน ความดันที่กระทำที่จุดหนึ่ง ๆ จะกระทำทุกทิศทุกทาง เนื่องจากความดันในลำพลาสมาเปลี่ยนแปลงตามระยะห่างจากแกนกลางพลาสมา เราจะใช้ค่าเฉลี่ยของความดัน $\langle p \rangle$ เป็นค่าตัวแทนของความดันในลำพลาสมา เราสามารถหาค่าเฉลี่ยได้จาก

$$\langle p \rangle = \frac{\int p dV}{\int dV} \quad (2)$$

โดยทำการอินทิเกรตทั่วทั้งปริมาตร V ของลำพลาสมา

- e) จงหาค่าเฉลี่ยความดัน $\langle p \rangle$ ในลำพลาสมา ให้ตอบในรูปของตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้และค่าคงตัวทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้อง [1.0 คะแนน]

ตอนที่ 2 การใช้ Z-pinch ในกระบวนการฟิวชัน

ในเชิงประวัติศาสตร์ กระบวนการ Z-pinch เป็นเทคนิคแรก ๆ ที่ถูกนำมาทดลองเพื่อพัฒนาเป็นเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ฟิวชัน ในขั้นตอนนี้ให้พิจารณากระบวนการการเกิดฟิวชันจากนิวเคลียสของไฮโดรเจน 2 อนุภาค ซึ่งจะต้องเข้าใกล้กันโดยมีระยะยังผล (effective separation) ประมาณ 100 เฟมโตเมตร จึงจะมีกระบวนการฟิวชันเกิดขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

- f) จงประมาณอุณหภูมิที่นิวเคลียสของไฮโดรเจนเกิดกระบวนการฟิวชัน

[1.7 คะแนน]

กำหนดให้ลำพลาสมามีรัศมี 0.1 มิลลิเมตร ความหนาแน่นเชิงเส้นของจำนวนอิเล็กตรอนเท่ากับ 10^{17} cm^{-1}

- g) จงประมาณค่ากระแสไฟฟ้า I ที่ทำให้ลำพลาสมาเกิดปฏิกิริยาฟิวชัน โดยในการคำนวณที่เกี่ยวกับความดัน ให้ใช้ความดันเฉลี่ยจากข้อ e) ในตอนที่ 1

[1.9 คะแนน]

ข้อที่ 3 สมบัติของสสาร

[10 คะแนน]

ความสำเร็จที่สำคัญอย่างหนึ่งของฟิสิกส์คือการอธิบายพฤติกรรมและสมบัติของสสารเกือบทั้งหมดได้ด้วยผลของควอนตัม, การดึงดูดทางไฟฟ้าระหว่างอิเล็กตรอนกับนิวเคลียสและผลจากการดึงดูดกันเนื่องจากแรงโน้มถ่วงระหว่างสสาร ในโจทย์ข้อนี้เราจะหาค่าของปริมาณที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของสสารให้อยู่ในรูปค่าคงตัวสากลต่อไปนี้

- m_p คือมวลของโปรตอน (1.67×10^{-27} kg)
- m_e คือมวลของอิเล็กตรอน (9.11×10^{-31} kg)
- e คือค่าคงตัวประจุมูลฐาน (1.60×10^{-19} C)
- ϵ_0 คือค่าสภาพยอมของสุญญากาศ (8.85×10^{-12} F/m)
- G คือค่าคงตัวความโน้มถ่วงสากล (6.67×10^{-11} Nm²/kg²)
- h คือค่าคงตัวของพลังค์ (6.63×10^{-34} m²kg/s)

ความรู้ที่ต้องใช้คือ

- สสารสามารถประพฤติตัวเป็นได้ทั้งอนุภาคและคลื่น จากความสัมพันธ์ของเดอบรอยล์ อนุภาคที่มีโมเมนตัม p จะมีความยาวคลื่น $\lambda = h/p$
- เมื่ออนุภาคถูกกักขังอยู่ในปริมาตรทรงกลมรัศมี r อนุภาคจะทำตัวเสมือนคลื่นนิ่ง โดยที่ความยาวคลื่น λ ของอนุภาคนั้นจะมีค่าประมาณรัศมี r ของทรงกลมที่กักขัง
- การที่อนุภาคถูกกักขัง มันจะสร้างแรงดันต่อสิ่งที่กักขังเพื่อพยายามขยายขอบเขตและความยาวคลื่น ซึ่งนำไปสู่การลดลงของพลังงานจลน์ ถ้าอนุภาคสามารถเคลื่อนที่ได้ภายในรัศมี r ค่าความดันจะหาได้จาก $P_s = -dE_k/dV$ โดยที่ E_k คือพลังงานจลน์ของอนุภาคและ V คือปริมาตรที่อนุภาคถูกกักขัง

สูตรที่อาจต้องใช้: $\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$

ตอนที่ 1 อะตอม

ความดัน P_s พยายามทำให้ขนาดปริมาตรที่กักขังอนุภาคขยายออก แต่สำหรับในอะตอม แรงดึงดูดทางไฟฟ้าระหว่างโปรตอนและอิเล็กตรอนจะต่อต้านจนทำให้ระบบอยู่ในสมดุล พิจารณาอะตอมไฮโดรเจนซึ่งประกอบไปด้วยโปรตอนและอิเล็กตรอนอย่างละตัว ถ้าอิเล็กตรอนถูกกักขังภายใต้แรงดึงดูดทางไฟฟ้าจากโปรตอน ทำให้เคลื่อนที่ภายในทรงกลมรัศมี r และเนื่องจากมวลของโปรตอนมากกว่ามวลของอิเล็กตรอนมาก เราจะประมาณว่าโปรตอนอยู่นิ่งกับที่

สำหรับในตอนที่ 1 นี้ กำหนดให้ความยาวคลื่นของอิเล็กตรอนมีค่าเป็น $\lambda = \eta r$ โดยที่ η เป็นค่าคงที่ที่ไม่มีหน่วย

- a) จงหาพลังงานจลน์ E_k ของอิเล็กตรอนที่ถูกกักขังภายในทรงกลมรัศมี r ในรูปของ η, r และค่าคงตัวสากล [0.4 คะแนน]

- b) จงหาพลังงานรวม E ของอะตอมไฮโดรเจนในรูปของ r, η และค่าคงตัวสากล [0.4 คะแนน]

- c) จงหารัศมี r_{min} ที่ทำให้พลังงานรวมมีค่าน้อยที่สุด และจงหาค่า η ที่ทำให้ค่า r_{min} มีค่าเท่ากับรัศมีบอร์

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}$$
 [1.0 คะแนน]

- d) ค่าพลังงานรวมเมื่อ $r_{min} = a_0$ สามารถเขียนได้เป็น $E_{min} = -R_y$ โดยที่ค่า R_y เรียกว่า พลังงานริดเบิร์ก (Rydberg energy) จงหาค่า R_y ในรูปของค่าคงตัวสากล [0.3 คะแนน]

พลังงานริดเบิร์ก R_y มีค่า 13.6 eV และ ค่ารัศมีบอร์ a_0 มีค่า 0.529 อังสตรอม ค่าคงตัวสองตัวนี้เป็นตัวกำหนดสเกลของพลังงานและความยาวในธรรมชาติ

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ อังสตรอม} = 10^{-10} \text{ m}$$

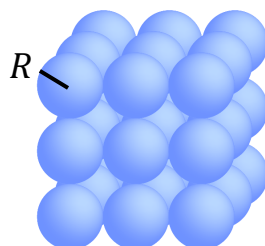
- e) จงหาค่าความดัน P_s เมื่ออิเล็กตรอนถูกกักขังภายในทรงกลมรัศมี a_0 ในหน่วย Pa [1.4 คะแนน]

ตอนที่ 2 ความหนาแน่นของสสาร

ในตอนนี้เราจะพิจารณาของแข็งที่โมเลกุลเรียงตัวกันเป็นผลึกที่เป็นระเบียบ โดยที่โมเลกุลที่มีเลขมวลเป็น A (เลขมวลคือจำนวนรวมของโปรตอนและนิวตรอนในโมเลกุล ให้ประมาณว่ามวลของนิวตรอนมีค่าเท่ากับมวลของโปรตอน) ค่ารัศมีของโมเลกุลสามารถเขียนได้เป็น

$$R = f a_0$$

โดยที่ f เป็นค่าคงที่ที่ขึ้นกับ A โดยที่ยิ่งเลขมวลมาก ค่า f ก็จะมีมากขึ้น (โมเลกุลมีรัศมีใหญ่ขึ้น) ถ้าโมเลกุลเหล่านี้ทำตัวเหมือนลูกบอลแข็งที่เรียงชิดกันอย่างเป็นระเบียบจนกลายเป็นผลึกของแข็งดังรูป



- f) จงหาความหนาแน่น ρ (มวลต่อปริมาตร) ของผลึกจากโมเลกุลข้างต้น
ในรูปของ A, a_0 และค่าคงตัวสากล

[1.3 คะแนน]

- g) สำหรับข้อย่อนี้เท่านั้น เราจะประมาณ $f \approx 1.5 A^{1/5}$ ซึ่งเป็นผลจากการทดลอง จงหาค่าความหนาแน่น
ของผลึกในหน่วย g/cm^3 และติดอยู่ในรูปของ A

[0.5 คะแนน]

ตอนที่ 3 ความสูงของภูเขา

ในตอนนี้เราจะมาหาค่าความสูงที่สุดที่เป็นไปได้ของภูเขา โดยที่เราจะสมมติว่าภูเขานั้นเกิดจากการรวมกันของ
ซิลิกอนไดออกไซด์ SiO_2 (ทราย) ซึ่งมีเลขมวล $A = 60$

ความสูงที่มากที่สุดของภูเขาจะเกิดขึ้นเมื่อน้ำหนักของภูเขานั้นมากจนทำให้ฐานรองรับเริ่มที่จะกลายเป็น
ของเหลวและไหลออกจนภูเขาไม่สามารถสูงขึ้นได้อีก เหตุการณ์นี้จะเกิดขึ้นเมื่อพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ได้จาก
การนำซิลิกอนไดออกไซด์ขึ้นสู่ยอดเขานั้นมีค่าเท่ากับพลังงานที่ใช้ในการหลอมเหลวของซิลิกอนไดออกไซด์

กำหนดให้ความร้อนแฝงในการหลอมเหลวของซิลิกอนไดออกไซด์คือ 156 kJ/kg และความเร่งเนื่องจากสนาม
โน้มถ่วงโลก g คือ 9.8 m/s^2 ในข้อนี้ให้ประมาณว่าค่า g ไม่เปลี่ยนแปลงตามความสูงของภูเขา

- h) ค่าความร้อนแฝงในการหลอมเหลวต่อโมเลกุลของซิลิกอนไดออกไซด์ E_1 สามารถเขียนอยู่ในรูป
พลังงานริดเบิร์กได้เป็น $E_1 = \beta R_y$ จงแสดงการหาค่า β เป็นตัวเลข

[0.8 คะแนน]

- i) จงหาความสูงที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ H_E ของภูเขาบนโลกโดยวัดจากฐาน ในรูปของ β, R_y, g
และค่าคงตัวสากล

[0.6 คะแนน]

- j) จงหาค่าของ H_E ในหน่วยกิโลเมตร

[0.4 คะแนน]

ค่าความสูงที่มากที่สุดที่ได้ในข้อ j) นั้นยังไม่ได้อยู่ในรูปของค่าคงตัวสากลเนื่องจากค่า g นั้นขึ้นอยู่กับคุณลักษณะ
ของโลก เราจะประมาณว่าโลกประกอบมาจากผลึกซิลิกอนไดออกไซด์ดังรูปในตอน 2 กำหนดให้ผลรวมเลข
มวลของโมเลกุลทั้งหมดของโลกคือ N_E

- k) จงหาค่าของ H_E/a_0 ในรูปของ β, f, N_E, A และค่าคงตัวสากล

[2.0 คะแนน]

สมมติให้โลกและดาวอังคารนั้นประกอบจากผลึกซิลิกอนไดออกไซด์เหมือนกัน

กำหนดให้มวลของโลก M_E คือ 6.0×10^{24} kg และมวลของดาวอังคาร M_M คือ 0.64×10^{24} kg

กำหนดให้ H_M คือความสูงที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของภูเขาบนดาวอังคารโดยวัดจากฐาน

l) จงแสดงวิธีหาค่าของ H_M/H_E เป็นตัวเลข

[0.9 คะแนน]

***** จบข้อ 3 *****