



เฉลยข้อสอบภาคปฏิบัติ

การแข่งขันฟิสิกส์โอลิมปิกประเทศไทย ครั้งที่ 20
มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์ (ออนไลน์)
วันเสาร์ที่ 4 ธันวาคม พ.ศ. 2564

คานยื่น (Cantilever Beam)

[20 คะแนน]

Solution

ตอนที่ 1

[8.3 คะแนน]

1.a วาดรูปและเขียนอธิบายแสดงวิธีวัด vertical deflection Δy

[0.3 คะแนน]



- วัดระดับอ้างอิงเทียบกับโคนของคานให้อยู่ในระดับเดียวกัน (อาจใช้ขอบโต๊ะหรือเก้าอี้)
- วัด Δy โดยไม้บรรทัดหรือสายวัดเทียบกับระดับอ้างอิง (อาจแปะสายวัดกับเก้าอี้)
- ใช้เทปกาวยึดด้านบนและด้านล่างของสายวัดให้ตึง (ด้านล่างอาจแปะติดกับพื้น) ไม่ให้สายย่น
- อาจใช้ (หรือไม่ใช้ก็ได้) เช็มหมุดที่ปลายคานเพื่อช่วยในการเล็ง

1.b บันทึกผลการทดลอง

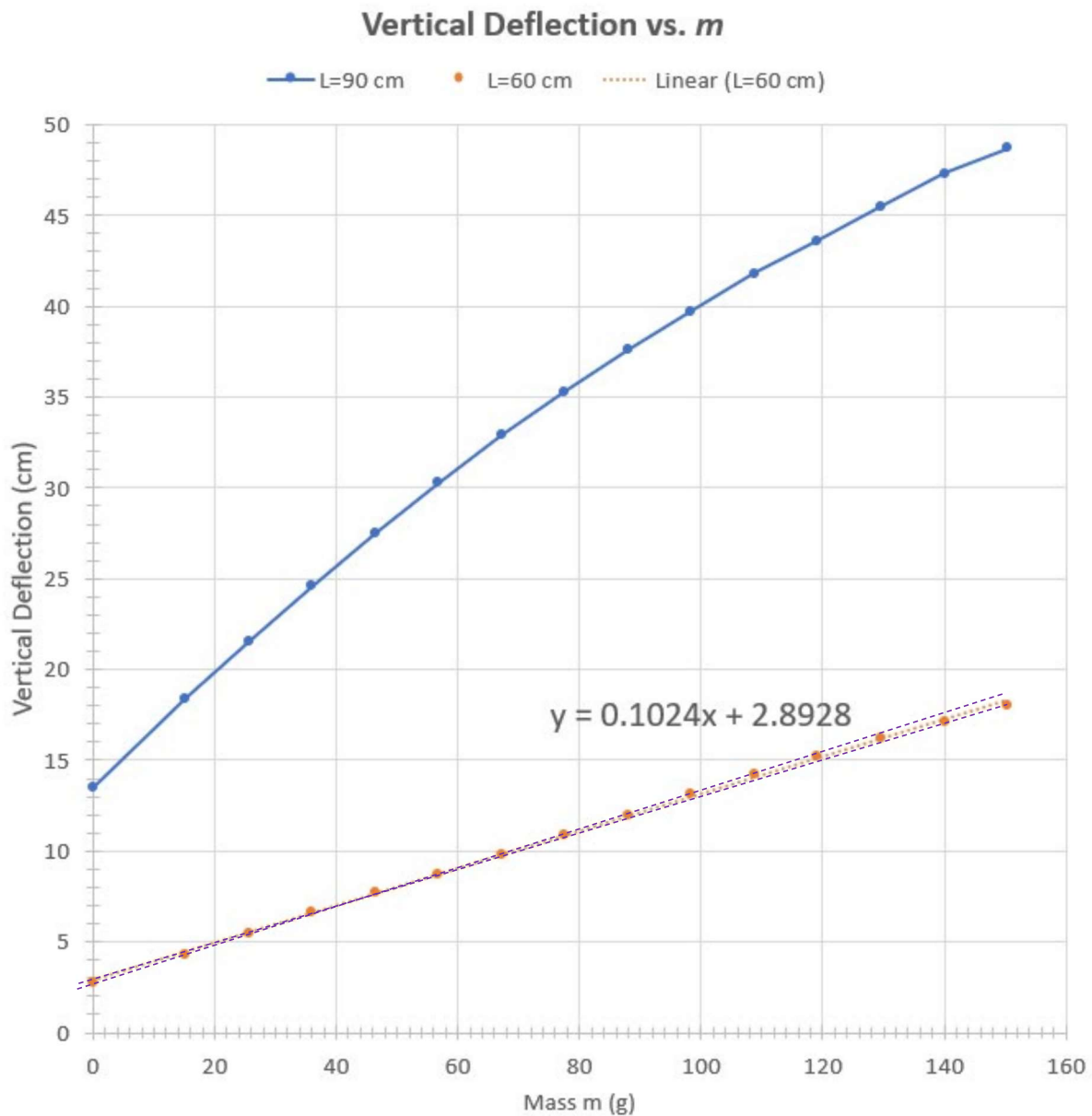
[2.2 คะแนน]

#แถว (N)	m (g)	$L = 60$ cm	$L = 90$ cm
		Δy (cm)	Δy (cm)
คานเปล่า ($N = 0$)	0.00	2.8	13.5
1	15.20	4.3	18.4
2	25.60	5.5	21.5
3	36.00	6.6	24.6
4	46.40	7.7	27.5
5	56.80	8.7	30.3
6	67.20	9.8	32.9
7	77.60	10.9	35.3
8	88.00	12.0	37.6
9	98.40	13.1	39.7
10	108.80	14.2	41.8
11	119.20	15.2	43.6
12	129.60	16.2	45.5
13	140.00	17.1	47.3
14	150.40	18.0	48.7

1.c การ plot จุดจากการทดลอง

[2.3 คะแนน]

(ใช้กระดาษกราฟ)



1.d การคำนวณค่า E จากจุด $m = 0$

[1.9 คะแนน]

จุด $m = 0$ เป็นจุดสำคัญที่ใช้ทดสอบว่านักเรียนติดตั้งอุปกรณ์ได้ดีและวัดระดับอ้างอิงได้ถูกต้องหรือไม่ หากวัดระดับอ้างอิงผิดพลาดมาก จะทำให้ค่า E ผิดพลาดมาก

ทฤษฎี

$$\text{เมื่อไม่มีมวลถ่วงที่ปลาย } \Delta y = \frac{L^3}{2Ebh^3} (3\mu Lg)$$

$$\text{ดังนั้น } E = \frac{3\mu g L^4}{2bh^3} \frac{1}{\Delta y}$$

$$\text{และความคลาดเคลื่อน } \frac{\delta E}{E} = \frac{4\delta L}{L} + \frac{\delta(\Delta y)}{\Delta y} \text{ (ค่าอื่น ๆ ไม่ได้ระบุความคลาดเคลื่อนมาให้)}$$

ความคลาดเคลื่อนการวัด

- $\delta(\Delta y) \approx 2 \text{ mm}$ ความคลาดเคลื่อนจากการวัดแนวระดับ + ความคลาดเคลื่อนจากการอ่านค่า
- $\delta L \approx 2 \text{ mm}$ ความคลาดเคลื่อนจากสายวัดโค้งงอ + ความคลาดเคลื่อนจากการอ่านค่า

➤ หาค่า E จากจุดตัดแกนสำหรับ $L = 60 \text{ cm}$

$$\Delta y = 2.9 \text{ cm} \text{ สำหรับ } m = 0$$

$$\text{แทนค่าได้ } E = 60 \pm 5 \text{ GPa}$$

➤ หาค่า E จากจุดตัดแกนสำหรับ $L = 90 \text{ cm}$

$$\Delta y = 13.5 \text{ cm} \text{ สำหรับ } m = 0$$

$$\text{แทนค่าได้ } E = 65 \pm 2 \text{ GPa.}$$

หมายเหตุ: (ค่าอ้างอิงของอลูมิเนียม 70 GPa)



Solution & Marking Scheme

การแข่งขันฟิสิกส์โอลิมปิกระดับชาติ ครั้งที่ 20

มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์ (ออนไลน์)

วันที่ 4 ธันวาคม พ.ศ. 2564

1.e การคำนวณค่า E จากกราฟเส้นตรงสำหรับ $L = 60$ cm

[1.6 คะแนน]

$$\text{ความชันของกราฟ} = \frac{4L^3 g}{Ebh^3}$$

$$\text{จากการลากเส้นแนวโน้มบนกราฟ ได้ ความชัน} = 0.1024 \frac{\text{cm}}{\text{g}} = 1.024 \frac{\text{m}}{\text{kg}}$$

(นักเรียนอาจไม่รวม 2 – 3 จุดท้าย หากมีลักษณะโค้งออกจากเส้นตรง)

$$\text{คำนวณได้ค่า } E = 62 \text{ GPa}$$

ลากเส้นความชันอีก 2 เส้นให้สอดคล้องกับค่าความคลาดเคลื่อนจากการวัด $\Delta y \approx 2 - 3$ mm และจุดท้ายๆ อยู่นอกเส้นตรง

$$\text{ความชันสูงสุดได้} = 0.1057 \frac{\text{cm}}{\text{g}} \text{ คำนวณได้ } E = 60 \text{ GPa}$$

$$\text{ความชันต่ำสุดได้} = 0.9902 \frac{\text{cm}}{\text{g}} \text{ คำนวณได้ } E = 64 \text{ GPa}$$

$$\text{ดังนั้น } E = 62 \pm 2 \text{ GPa}$$

ตอนที่ 2

[2.6 คะแนน]

หมายเหตุ: นักเรียนทำเฉพาะ $L = 90 \text{ cm}$

2.a. คำนวณความชัน

[1.7 คะแนน]

เมื่อความโค้งมากขึ้น คำตอบจะมีเทอมอื่น ๆ เข้ามาด้วยทำให้ความชัน $\frac{d(\Delta y)}{dm}$ ที่แต่ละจุดไม่คงตัว และขึ้นกับค่า m

#แถว (N)	$L = 90 \text{ cm}$		$L = 60 \text{ cm}$	
	t_N	e_N	t_N	e_N
1	0.313	0.00	0.105	0.00
2	0.298	-4.62	0.111	-4.84
3	0.288	-7.69	0.106	-0.28
4	0.274	-12.31	0.101	4.27
5	0.260	-16.92	0.101	4.27
6	0.240	-23.08	0.106	-0.28
7	0.226	-27.69	0.106	-0.28
8	0.212	-32.31	0.106	-0.28
9	0.202	-35.38	0.106	-0.28
10	0.188	-40.00	0.101	4.27
11	0.178	-43.08	0.096	8.83
12	0.178	-43.08	0.091	13.39
13	0.154	-50.77	0.087	17.95

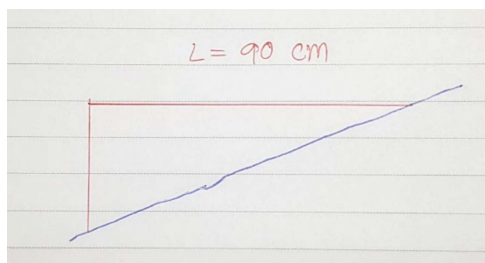
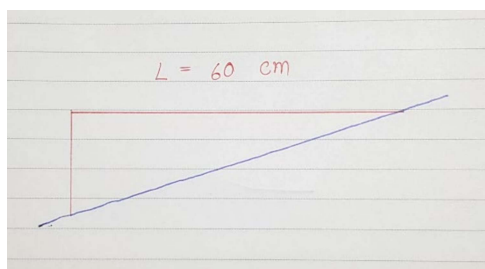
สำหรับ $L = 90 \text{ cm}$ ได้ค่า $N_{\text{linear}} = 3$

(สำหรับ $L = 60 \text{ cm}$ ได้ค่า $N_{\text{linear}} = 11$)

2.b การหามุมที่ปลายคานาที่จุดเริ่มต้น non-linear

[0.9 คะแนน]

- ใช้กระดาษหรืออุปกรณ์ทำเครื่องหมายแบบอื่นเพื่อวาดเส้นความชันบริเวณปลายคานา แล้วใช้สามเหลี่ยมหาความชันจาก $\frac{\delta y}{\delta x}$



สำหรับ $L = 90 \text{ cm}$

วัด $\delta y = 2.6 \text{ cm}$ และ $\delta x = 6.5 \text{ cm}$ คำนวณได้มุม $\tan^{-1}\left(\frac{2.6}{6.5}\right) = 22^\circ$

สำหรับ $L = 60 \text{ cm}$

วัด $\delta y = 2.6 \text{ cm}$ และ $\delta x = 8.1 \text{ cm}$ คำนวณได้มุม $\tan^{-1}\left(\frac{2.6}{8.1}\right) = 18^\circ$

หมายเหตุ: ในทางทฤษฎี เราใช้ $\cos \theta \approx 1$ ในการประมาณเชิงเส้น ซึ่งจะเห็นว่า $\cos 22^\circ \approx 0.93$ มีส่วนต่าง 7% และต่างมากขึ้นเมื่อคานาโค้งงอด้วยมุมมากขึ้น

ตอนที่ 3

[9.1 คะแนน]

3.a ออกแบบการทดลอง

[1.2 คะแนน]

สมการเส้นตรง

$$\text{จากสมการ } f_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{(a\mu L + m)L^3}}$$

$$\text{จัดรูปใหม่ } \frac{1}{f_1^2} \approx \frac{4\pi^2 L^3}{3EI} (a\mu L + m) = T_1^2 \text{ เมื่อ } T_1 \text{ คือคาบการสั่น}$$

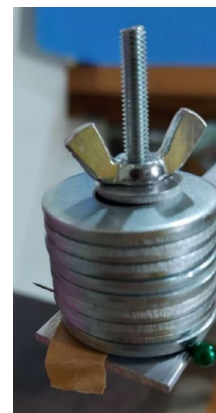
ดังนั้นวัดคาบการสั่นแล้วนำไปเขียนกราฟเส้นตรงระหว่าง T_1^2 และมวลถ่วง m

จะได้ Slope = $\frac{4\pi^2 L^3}{3EI}$ นำไปหา E ได้

จุดตัด $a\mu L$ นำไปหา a ได้ (หรือคู่ x, y อื่นเพื่อหา a)

การทดลอง

- เลือก $L = 60 \text{ cm}$ เพราะจากกราฟ 1.c จะเห็นว่าเป็นช่วง linear ค่อนข้างดีแม้จะใส่แหวนจำนวนมาก ๆ (และหากทดลองใช้ L น้อยเกินไปจะสั่นเร็วมากจนจับเวลาลำบาก นักเรียนควรลองสั่นดูช่วงการทดลองก่อน)
- ใส่แหวนอี่แปะครั้งละ 2 เหรียญ (หรือ 1 เหรียญ)
- จับเวลาการสั่น 20 รอบ แล้วคำนวณคาบเฉลี่ย
- ใช้นอตทางปลาประกบแหวนไม่ให้เคลื่อนที่ตอนสั่น
- ให้หยับปลายคานลงเพียงเล็กน้อยแล้วปล่อย เพื่อให้เกิดการสั่นที่มีแอมพลิจูดเล็ก ๆ



3.b บันทึกผลการทดลอง

[3.9 คะแนน]

จำนวนแหวน (N)	มวลที่ปลายคาน (นอตยาว + แหวน + นอตทางปลา) (g)	เวลา 20 รอบ (s)	คาบ T_1 (s)	T_1^2 (s ²)
2	29.19	8.37	0.419	0.175
3	39.59	9.25	0.463	0.214
4	49.99	10.13	0.507	0.257
5	60.39	10.69	0.535	0.286
6	70.79	11.37	0.569	0.323
7	81.19	11.97	0.599	0.358
8	91.59	12.50	0.625	0.391
9	101.99	13.12	0.656	0.430
10	112.39	13.56	0.678	0.460
11	122.79	14.00	0.700	0.490

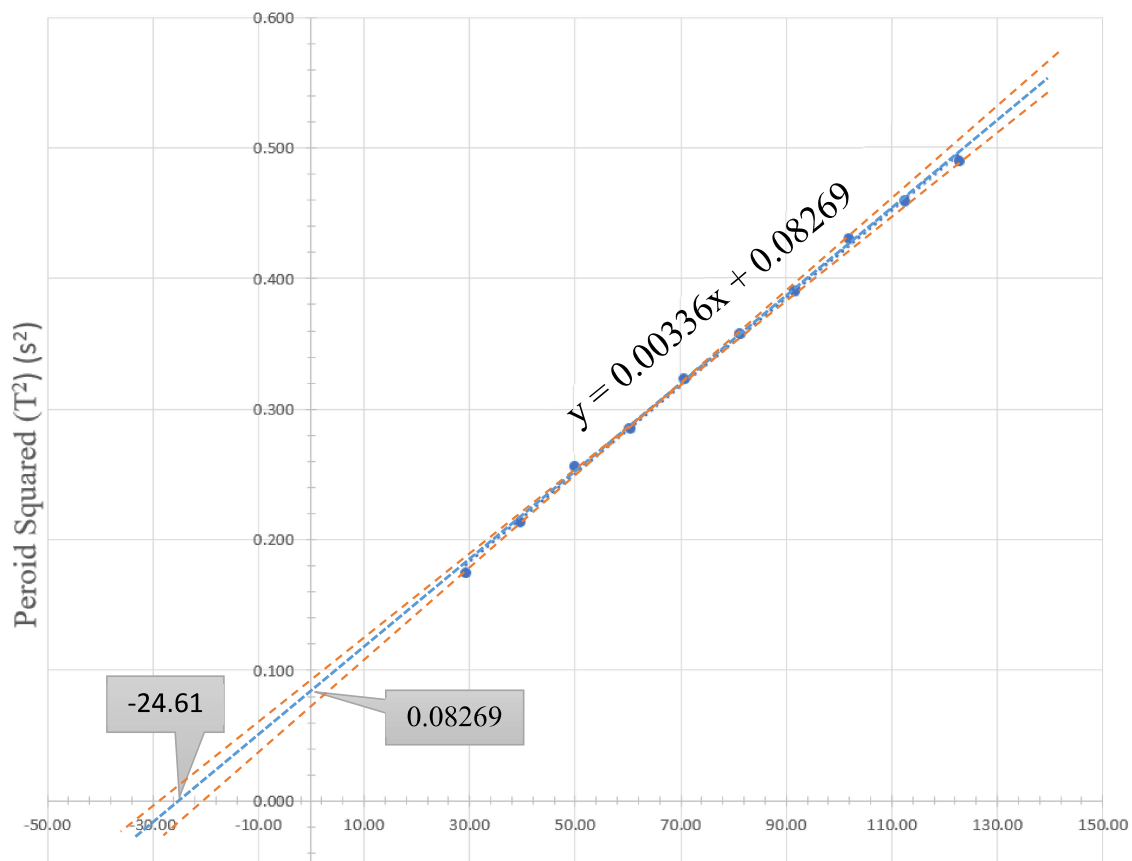
$N > 11$ เริ่มโค้ง non-linear เมื่อเทียบกับ θ_{linear}

3.c การ plot จุดจากการทดลอง

[1.1 คะแนน]

(ใช้กระดาษกราฟ)

T^2 vs. m



3.d การคำนวณค่า E และ a จากกราฟเส้นตรงและจุดตัดแกน

[2.9 คะแนน]

การคำนวณ E

$$\text{ความชันของกราฟ} \frac{4\pi^2 L^3}{3EI} = \frac{16\pi^2 L^3}{Ebh^3}$$

$$\text{จากการลากเส้นแนวโน้มบนกราฟ ได้ ความชัน} = 0.00336 \frac{\text{s}^2}{\text{g}} = 3.36 \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}$$

$$\text{คำนวณได้ค่า } E = 75.8 \text{ GPa}$$

การคำนวณค่า ΔE

จากเส้นตรงที่ลากอีก 2 เส้น เพื่อหาความคลาดเคลื่อน

$$\text{เส้นแรก ได้ความชัน} = 0.00353 \frac{\text{s}^2}{\text{g}} \text{ ใช้คำนวณได้ค่า } E = 72 \text{ GPa}$$

$$\text{เส้นสอง ได้ความชัน} = 0.00323 \frac{\text{s}^2}{\text{g}} \text{ ใช้คำนวณได้ค่า } E = 79 \text{ GPa}$$

$$\text{ดังนั้น } E = 76 \pm 4 \text{ GPa}$$

ใช้จุดตัดแกน x คำนวณค่า a

$$\text{มวลของคานส่วนที่ยื่นออกมาเท่ากับ } \mu L = 122 \times 0.6 = 73.2 \text{ g}$$

$$\text{ตัดที่จุด } x_0 = -24.61 \text{ g} \text{ ดังนั้น } a = -\frac{x_0}{\mu L} = \frac{24.61}{73.2} = 0.33$$

ใช้จุดตัดแกน y คำนวณค่า a

$$\text{มวลของคานส่วนที่ยื่นออกมาเท่ากับ } \mu L = 122 \times 0.6 = 73.2 \text{ g}$$

$$\text{ตัดที่จุด } y_0 = 0.08268$$

$$\text{จาก } T_1^2 = \frac{4\pi^2 L^3}{3EI} a \mu L = \frac{16\pi^2 L^3}{Ebh^3} a \mu L \quad \text{ดังนั้น} \quad \frac{16\pi^2 L^3}{Ebh^3} a \mu L = 0.08268$$

ใช้ค่า E จากด้านบน คำนวณได้ $a = 0.33$ (ทั้งสองวิธีต้องได้คำตอบเท่ากันเพราะมาจากเส้นตรงเดียวกัน)



Solution & Marking Scheme

การแข่งขันฟิสิกส์โอลิมปิกประเทศไทย ครั้งที่ 20

มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์ (ออนไลน์)

วันที่ 4 ธันวาคม พ.ศ. 2564

ใช้จุดตัดแกน x คำนวณค่า Δa

จากเส้นตรงที่ลากอีก 2 เส้น เพื่อหาความคลาดเคลื่อน ได้จุดตัดที่ $x_0 = 20 \text{ g}$ และ $x_0 = -29 \text{ g}$

คำนวณแล้วได้ $a = 0.273$ และ $a = 0.396$ ดังนั้น $\Delta a = 0.06$

หากใช้แกน y ก็ทำแบบเดียวกัน

ดังนั้น $a = 0.33 \pm 0.06$

นักเรียนอาจจะเลือกจุดอื่นก็ได้บนสมการเส้นตรง ไม่จำเป็นต้องเป็นจุดตัดแกน เมื่อได้คู่ (x, y) จากจุดที่

เลือกแล้ว แทนค่า E ในสมการ $\frac{4\pi^2 L^3}{3EI} (a\mu L + x) = y^2$ ก็จะได้ค่า a

หมายเหตุ: ค่าจากทฤษฎี $a = 0.24$