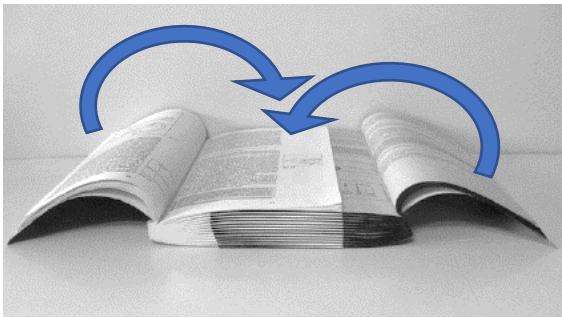


การเพิ่มแรงเสียดทานแบบเสริมกันเองของสมุดที่สอดสลับกัน

[20 คะแนน]

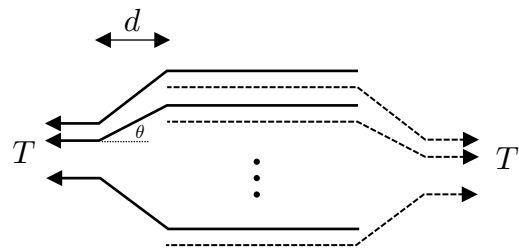
บทนำ

เราอาจจะคุ้นเคยกับการสาธิตเรื่องแรงเสียดทานที่ใช้สมุดเล่มหนาๆ 2 เล่มมาสอดประสานกันโดยเอากะดาษแต่ละเล่มพับสลับไปมาดังรูปที่ 1 การพยายามดึงสมุดออกจากกันจะต้องใช้แรงมหาศาลมาก ในการทดลองนี้เราจะมาศึกษาแรงที่จำเป็น (T) ในการแยกแผ่นกระดาษที่ซ้อนกันออกจากกัน ว่าขึ้นกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน จำนวนแผ่นกระดาษ ระยะที่ซ้อนกันและปัจจัยอื่น ๆ อย่างไร



รูปที่ 1. สมุดสองเล่มที่แต่ละหน้าซ้อนทับสลับไปมา

รูปจาก <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6552/aae665>



รูปที่ 2. แบบจำลองสมุดที่ซ้อนกัน, d คือระยะของส่วนที่ไม่ซ้อนกัน, θ คือมุมที่แต่ละแผ่นทำกับแกนกลาง

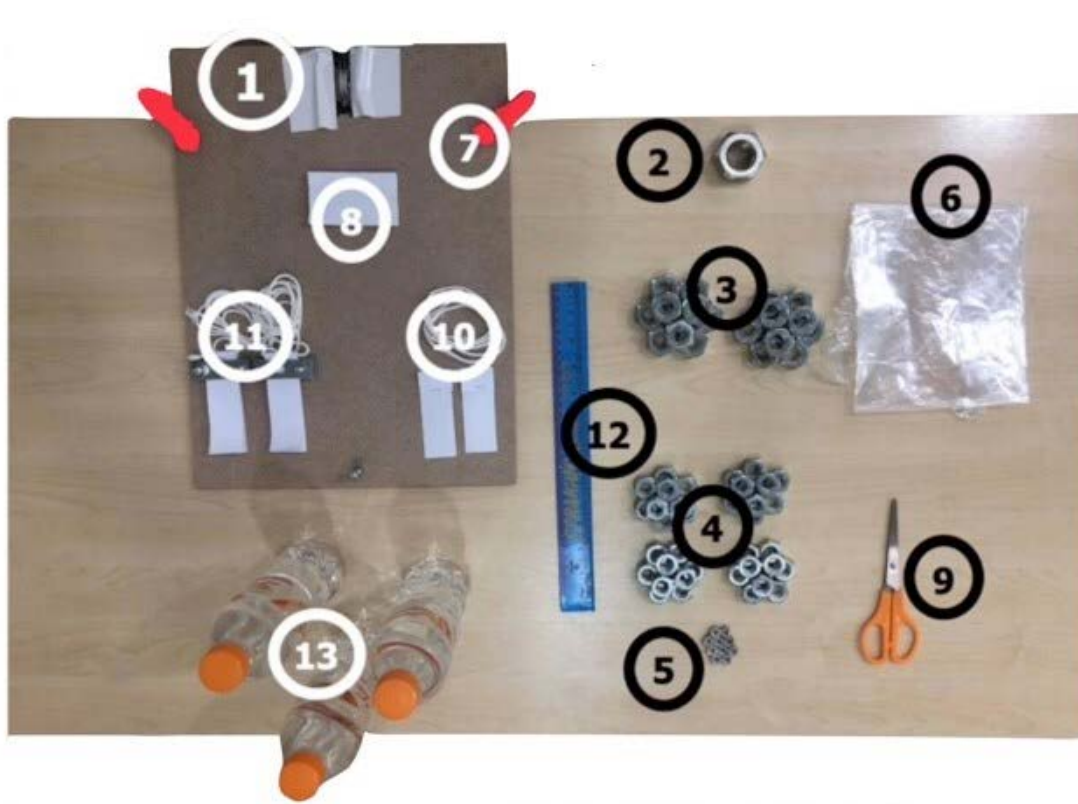
รูปที่ 2 แสดงแบบจำลองของสมุดที่แต่ละหน้าสอดแทรกสลับกันไปมา หากระยะที่ไม่ซ้อนกัน d มีค่าน้อย จะทำให้มุม θ ที่แต่ละแผ่นทำกับแนวแกนกลางนั้นมีค่ามากขึ้น ทำให้แต่ละแผ่นยิ่งถูกบีบอัดกันมากขึ้น เมื่อมีแรงดึงที่เส้นของสมุด จะส่งผลให้แรงเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วขึ้นตามแรงดึงในลักษณะที่เป็นแรงเสริมกันเอง (self-amplification) จึงต้องใช้แรงมหาศาลในการแยกสมุดออกจากกัน กรอบการทดลองนี้สามารถนำไปต่อยอดในการวัดแรงเสียดทานที่ต่ำได้อย่างแม่นยำและเปิดทางไปสู่เทคโนโลยีที่เกี่ยวข้องกับวิศวกรรมแรงเสียดทานที่ซับซ้อนจากมหภาคจนถึงระดับนาโนได้

กำหนดให้

ค่าสนามโน้มถ่วง $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

มวลกระดานน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด

อุปกรณ์ทั้งหมด



รูปที่ 3. อุปกรณ์ที่นำมาทั้งหมดสำหรับการทดลองทั้ง 3 ตอน

อุปกรณ์พื้นฐานสำหรับการทดลอง

1. ฐานรองพร้อมรอกเลื่อน
2. นอตขนาด XL 161.3 กรัม จำนวน 1 ตัว
3. นอตขนาดใหญ่ 38.4 กรัม จำนวน 20 ตัว
4. นอตขนาดกลาง 19.4 กรัม จำนวน 40 ตัว
5. นอตขนาดเล็ก 2.1 กรัม จำนวน 10 ตัว
6. ถุงพลาสติกใสสำหรับใส่วัตถุถ่วงน้ำหนัก (ผ่านรอกเลื่อน)
7. ตัวหนีบ (clamp) สำหรับยึดฐานรองเข้ากับขอบโต๊ะ

-
8. แผ่นรอง ด้านหนึ่งเป็นพลาสติก และอีกด้านหนึ่งเป็นกระดาษ
 9. กรรไกร

อุปกรณ์ที่ต้องใช้บางตอน

10. เชือกและกระดาษที่ยังไม่ได้ทำเป็นสมุด (ตอนที่ 1) จำนวน 2 แผ่น
11. สมุดขนาดเล็ก 24 แผ่น จำนวน 2 เล่มพร้อมเชือกสำหรับดิ่ง (ตอนที่ 2 และ 3)
12. ไม้บรรทัดพลาสติก (ตอนที่ 2 และ 3)
13. น้ำ ขวดละ 620 กรัม ใช้เป็นน้ำหนักถ่วง ให้ใช้ทั้งขวด (ห้ามเปิดฝาเท) จำนวน 3 ขวด (ตอนที่ 3)

ตอนที่ 1 การหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานอย่างง่าย

[2.8 คะแนน]

อุปกรณ์สำหรับตอนที่ 1

1. (อุปกรณ์พื้นฐานสำหรับการทดลอง ตามหน้าที่ 2-3)
2. เชือกและกระดาษจำนวน 2 แผ่น (ไม่ใช่สมุด)

คำสั่ง

ให้นักเรียนทำการทดลองอย่างง่าย เพื่อหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ (พร้อมระบุค่าคลาดเคลื่อน) ระหว่างผิวกระดาษ-กระดาษ โดยไม่ต้องเขียนกราฟ

ให้นักเรียนวาดรูปและอธิบายวิธีการทดลองสั้น ๆ แต่ชัดเจนเพียงพอที่จะเข้าใจได้ หากมีตัวเลขความคลาดเคลื่อนในการวัด ให้ระบุที่มาและวิิหาความคลาดเคลื่อนนั้น ในกระดาษสรุปคำตอบมีตารางสำหรับบันทึกผล

คำแนะนำ

1. ใช้ขนาดใหญ่มากจำนวนหนึ่งเป็นน้ำหนักกดทับ W_0 ลงบนกระดาษเพื่อเพิ่มแรงเสียดทาน จะทำให้วัดน้ำหนักได้ง่ายขึ้น
2. ค่อย ๆ หย่อนมวลลงในถุงพลาสติก หรือยกถุงพลาสติกขึ้นมาก่อนวางมวล แล้วค่อย ๆ หย่อนถุงพลาสติกลงไปให้เชือกตึง

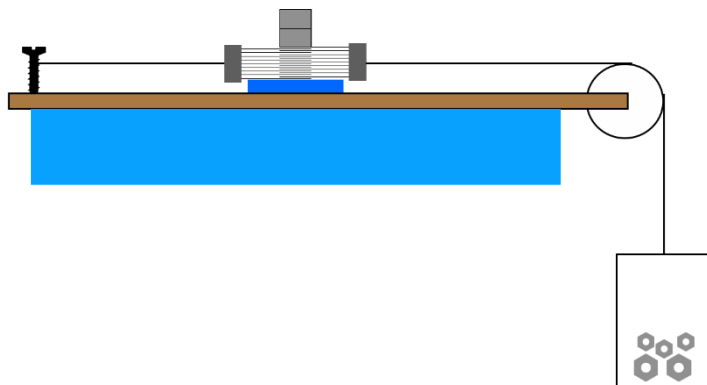
ตอนที่ 2 การหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของกระดาษที่ซ้อนกัน

[7.6 คะแนน]

อุปกรณ์สำหรับตอนที่ 2

1. (อุปกรณ์พื้นฐานสำหรับการทดลอง ตามหน้าที่ 2-3)
2. สมุดขนาดเล็กมีจำนวนกระดาษ 24 แผ่น จำนวน 2 เล่มพร้อมเชือกสำหรับดึง
3. ไม้บรรทัดพลาสติก

รูปการทดลองตอนที่ 2



เมื่อนำหน้าของสมุดมาซ้อนสลับกัน โดยมีส่วนที่ซ้อนกันเพียงเล็กน้อย โดยวางให้สมุดเล่มที่โดนน้ำหนักกดสัมผัสกับแผ่นรองด้านที่เป็นกระดาษ แรงเสียดทานที่ใช้ในการดึงให้แยกออกจากกัน T จะเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นกับจำนวนแผ่นที่ซ้อนกัน N ของแต่ละเล่ม (รวมเป็น $2N$ ผิวสัมผัสจากสองเล่มและแผ่นรอง) ตามสมการ

$$T = 2\mu W_0 N + T_0$$

เมื่อ W_0 เป็นน้ำหนักกดทับที่ด้านบนของสมุด และ T_0 เป็นแรงเสียดทานอื่น ๆ ของระบบ เช่นระหว่างสันสมุดกับฐานรอง ความฝืดของรอก ฯลฯ

คำสั่ง

- 2.1) ให้ใช้หน้าสมุดสองเล่มมาซ้อนสลับกัน โดยให้ระยะ d มีค่าระหว่าง 3.5 – 5.0 cm (เลือกเพียงระยะเดียว) ใช้ขนาดไม้บรรทัด 2 ตัวเป็นน้ำหนักกดทับ แล้วทำการทดลองแรงดึงที่ค่า N ต่างๆ ในแต่ละครั้งให้ทำการทดลองครั้งเดียวได้ ยกเว้นนักเรียนคิดว่าการทดลองครั้งนั้นๆ ไม่ถูกต้อง จึงจะทำได้ ให้อธิบายวิธีปรับค่า N ในกระดาษสรุปคำตอบ

- 2.2) เขียนกราฟเส้นตรง (**พร้อม error bar**) ระหว่าง T และ N เพื่อหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ ระหว่างกระดาษ - กระดาษ และค่า T_0 พร้อมระบุค่าคลาดเคลื่อน ให้ใช้เฉพาะกราฟส่วนที่เป็นเส้นตรง

ให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีการทดลองสั้น ๆ แต่ชัดเจนเพียงพอที่จะเข้าใจได้ หากมีตัวเลขความคลาดเคลื่อนในการวัด ให้ระบุที่มีและวิธีหาความคลาดเคลื่อนนั้น ในกระดาษสรุปคำตอบมีตารางสำหรับบันทึกผล

คำแนะนำ

1. สมุดมี 24 แผ่น นักเรียนสามารถปรับค่า N ได้โดยการซ้อนกันครั้งละหลายแผ่น เช่น หากซ้อนกันครั้งละ 3 แผ่นจะได้ $N = 8$ หรือหากซ้อนกันครั้งละ 6 แผ่นจะได้ $N = 4$
2. ค่อย ๆ หย่อนมวลลงในถุงพลาสติก หรือยกถุงพลาสติกขึ้นมาก่อนวางมวล แล้วค่อย ๆ หย่อนถุงพลาสติกลงไปให้เชือกตึง
3. ห้ามพับกระดาษ

ตอนที่ 3 self-amplification ของสมุดที่ซ้อนสลับกัน

[9.6 คะแนน]

(ให้ทำตอนที่ 2 ก่อน)

อุปกรณ์สำหรับตอนที่ 3

1. (อุปกรณ์พื้นฐานสำหรับการทดลอง ตามหน้าที่ 2-3)
2. สมุดขนาดเล็กมีจำนวนกระดาษ 24 แผ่น จำนวน 2 เล่มพร้อมเชือกสำหรับดึง
3. ไม้บรรทัดพลาสติก

เมื่อสมุดซ้อนสลับกันเป็นระยะมากขึ้น แรงกดทับจะเสริมกัน ทำให้แรงที่ต้องใช้ดึงเพิ่มขึ้นอย่างมาก

$$T = 2\mu NW_1 \sqrt{\frac{\pi}{4k}} \sqrt{d} \exp\left(\frac{k}{d}\right) + T_0$$

โดยที่ $k = 2\mu\delta N^2$ เมื่อ $\delta = 0.106 \text{ mm}$ เป็นความหนาของกระดาษแต่ละแผ่น และ W_1 เป็นน้ำหนักกดทับ, T_0 เป็นค่าคงตัวแรงเสียดทานที่ได้จากตอนที่ 2

คำสั่ง ทำการทดลองเพื่อเขียนกราฟเส้นตรงหาค่า μ ระหว่างกระดาษ – กระดาษ

- 3.1) ให้ใช้สมุดสองเล่มมาซ้อนสลับกัน โดยใช้ $N = 24$ และใช้นอตขนาดเล็กสุด 2 ตัวเป็นน้ำหนักกดทับ แล้วทำการทดลองแรงดึงที่ค่า d หลายระยะระหว่างประมาณ 1.5 cm ถึง 3.0 cm บันทึกผลการทดลองในกระดาษสรุปคำตอบ ในแต่ละครั้งให้ทำการทดลองครั้งเดียวได้ ยกเว้นนักเรียนคิดว่าทำการทดลองครั้งนั้น ๆ ไม่ถูกต้อง จึงจะทำซ้ำ
- 3.2) จัดรูปสมการใหม่ คำนวณค่าต่าง ๆ ที่จำเป็น แล้วเขียนกราฟเส้นตรงเพื่อหาค่าคงตัว k (จาก slope ของกราฟ) และหาค่า μ ระหว่างกระดาษ – กระดาษ พร้อมระบุค่าคลาดเคลื่อน

ให้นักเรียนอธิบายการทดลองสั้น ๆ แต่ชัดเจนเพียงพอที่จะเข้าใจได้ และวาดรูปแสดงการซ้อนสลับของสมุด และตำแหน่งการวางนอตที่ใช้กดทับ ไม่ต้องเขียน error bar ไม่ต้องหาค่าคลาดเคลื่อนของการวัดแต่ละครั้งในข้อนี้ ในกระดาษสรุปคำตอบมีตารางสำหรับบันทึกผล

คำแนะนำ

1. ค่อย ๆ หย่อนมวลลงในถุงพลาสติก หรือยกถุงพลาสติกขึ้นมาก่อนวางมวล แล้วค่อย ๆ หย่อนถุงพลาสติกลงไปให้เชือกตึง