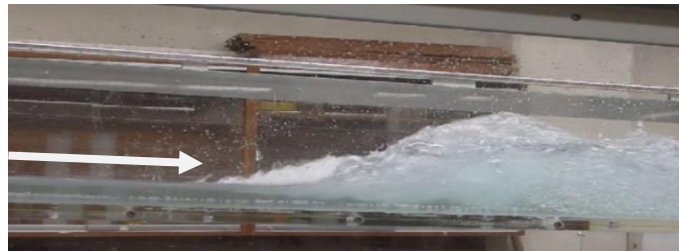


ข้อที่ 1 ไฮดรอลิกจัมป์ (hydraulic jump)

[10 คะแนน]

ปรากฏการณ์ไฮดรอลิกจัมป์ (hydraulic jump) คือการเพิ่มขึ้นของระดับความสูงของผิวน้ำในช่องเปิดเมื่อน้ำไหลจากบริเวณที่น้ำมีความเร็วสูงไปยังบริเวณที่น้ำมีความเร็วต่ำ พลังงานจลน์บางส่วนเปลี่ยนไปเป็นพลังงานศักย์และมีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากกระแสไหลวน (turbulence) ในระหว่างการจัมป์ (jump)



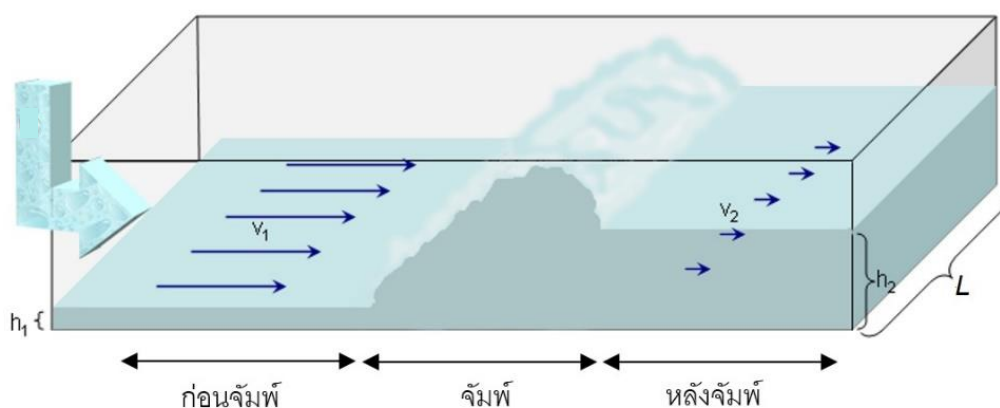
รูปที่ 1.1: ไฮดรอลิกจัมป์เมื่อน้ำไหลจากซ้ายไปขวา

ตอนที่ 1 ไฮดรอลิกจัมป์ในท่อสี่เหลี่ยม

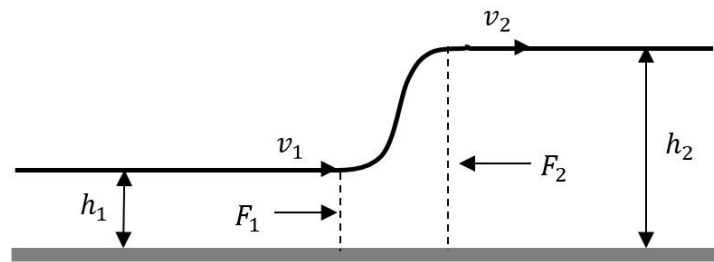
รูปที่ 1.2 แสดงการไหลของน้ำในส่วนหนึ่งของท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีความกว้าง L โดยแบ่งออกเป็น 3 บริเวณได้แก่

- บริเวณก่อนจัมป์: ชั้นน้ำมีความสูง h_1 ไหลด้วยอัตราเร็ว v_1
- บริเวณจัมป์: เกิดกระแสไหลวน
- บริเวณหลังจัมป์: ชั้นน้ำมีความสูง h_2 ไหลด้วยอัตราเร็ว v_2

เราสร้างแบบจำลองอย่างง่ายเพื่อบรรยายลักษณะของไฮดรอลิกจัมป์ สมมติให้อัตราเร็วของน้ำเท่ากันตลอดทั่วหน้าตัดในแต่ละบริเวณ (ก่อนจัมป์และหลังจัมป์) กำหนดให้น้ำมีความหนาแน่นคงที่เท่ากับ ρ ตลอดการไหล และ g เป็นค่าความเร่งเนื่องจากสนามโน้มถ่วง ในแบบจำลองนี้เราไม่คำนึงถึงความหนืดของน้ำ



รูปที่ 1.2: ไฮดรอลิกจัมป์ในท่อสี่เหลี่ยม รูปแสดงบริเวณก่อนจัมป์ บริเวณจัมป์ และบริเวณหลังจัมป์



รูปที่ 1.3: แรงที่กระทำต่อน้ำในบริเวณจัมป์

รูปที่ 1.3 แสดงชั้นน้ำหนา h_1 ไหลด้วยอัตราเร็ว v_1 เข้าไปในบริเวณจัมป์ และชั้นน้ำหนา h_2 ไหลด้วยอัตราเร็ว v_2 ออกจากบริเวณจัมป์ พบว่าโมเมนตัมของน้ำก่อนจัมป์และหลังจัมป์ไม่เท่ากันแสดงว่ามีแรงลัพธ์กระทำต่อบริเวณจัมป์ จากรูปให้ F_1 และ F_2 เป็นแรงดันที่เกิดจากความลึกของน้ำในบริเวณก่อนจัมป์และหลังจัมป์ตามลำดับในทิศทางตามที่แสดงในรูป สมมติให้แรงนี้เกิดจากความดันของของไหลหยุดนิ่ง (hydrostatic pressure) โดยไม่ต้องคำนึงถึงความดันบรรยากาศ

ในโจทย์ข้อนี้เราพยายามสร้างแบบจำลองอย่างง่ายเพื่อบรรยายลักษณะของไฮดรอลิกจัมป์ แต่ไม่อธิบายสาเหตุของการเกิดจัมป์ซึ่งความหนืดเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์นี้

- 1.1 พิจารณาลำน้ำความหนาแน่น ρ พื้นที่หน้าตัด A ไหลด้วยอัตราเร็ว v สมมติเสมอว่าหน้าตัดของลำน้ำ
จงหาโมเมนตัมของน้ำที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดนี้ต่อหนึ่งหน่วยเวลา (ตอบในรูปของ ρ, A และ v) [1]
- 1.2 จากรูปที่ 1.3 จงหาโมเมนตัมต่อหนึ่งหน่วยเวลาของน้ำที่เข้าไปในบริเวณจัมป์ (ตอบในรูปของ ρ, L, h_1 และ v_1)
และของน้ำที่ออกจากบริเวณจัมป์ (ตอบในรูปของ ρ, L, h_2 และ v_2) [1]
- 1.3 จากรูปที่ 1.3 และการพิจารณาความดันของน้ำ จงหาแรงลัพธ์ (ตอบในรูปของ ρ, g, L, h_1 และ h_2) [1]
- 1.4 จงหาความสูง h_2 ของน้ำหลังจัมป์ (ตอบในรูปของ h_1, v_1 และ g) [2]
- 1.5 จงพิสูจน์ว่าพลังงานที่หายไปต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของน้ำก่อนจัมป์และหลังจัมป์สามารถเขียนในรูปของ

$$k \left[\frac{\rho g (h_2 - h_1) (h_2^2 + h_1^2)}{h_2 h_1} \right]$$

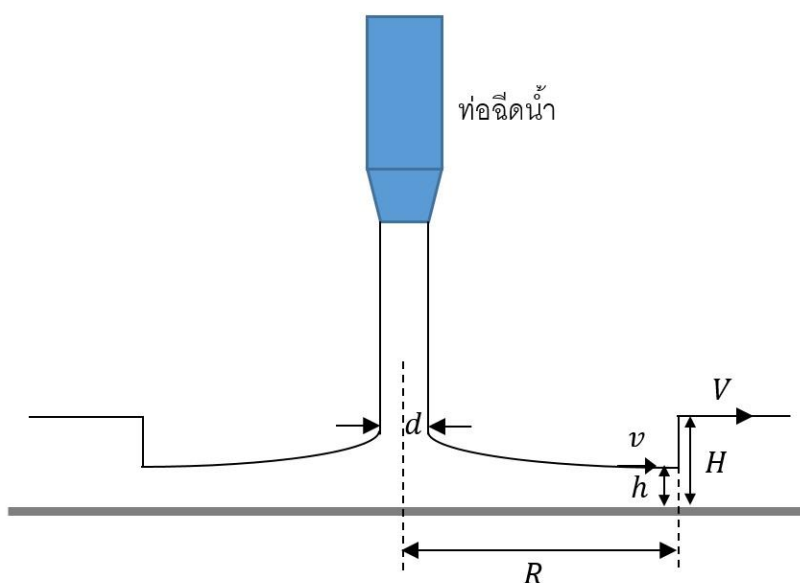
โดยที่ k เป็นตัวเลขค่าคงที่ จงหาค่าของ k [2]

ตอนที่ 2 ไฮดรอลิกจัมป์รูปวงกลม

ลำน้ำจากท่อฉีดน้ำในแนวตั้งเมื่อกระทบพื้นทำให้เกิดปรากฏการณ์ไฮดรอลิกจัมป์รูปวงกลม (รูปที่ 1.4) เราพยายามสร้างแบบจำลองอย่างง่าย (รูปที่ 1.5) เพื่อศึกษาว่ารัศมีของจัมป์ขึ้นอยู่กับอัตราการไหลอย่างไร ในรูปที่ 1.5 ลำน้ำจากท่อฉีดน้ำกระทบพื้นด้วยอัตราการไหล (ปริมาตรต่อหนึ่งหน่วยเวลา) คงที่เท่ากับ Q โดยมีเส้นผ่าศูนย์กลางของลำน้ำขณะกระทบพื้นเท่ากับ d ชั้นน้ำบาง ๆ แผ่เป็นวงกลมรัศมี R จนกระทั่งถึงจุดที่เกิดการจัมป์ โดยถือว่าบริเวณจัมป์แคบมาก ๆ ชั้นน้ำก่อนจัมป์พอดิมีความสูง h และอัตราเร็ว v ส่วนชั้นน้ำหลังจัมป์พอดิมีความสูง H และอัตราเร็ว V จากการสังเกตพบว่า $H \gg h$ สมมติให้น้ำมีความหนาแน่นคงที่และไม่ต้องคำนึงถึงความหนืด



รูปที่ 1.4: ไฮดรอลิกจัมพ์พ่วงกลมเนื่องจากลำน้ำกระทบพื้น



รูปที่ 1.5: แผนภาพแสดงแบบจำลองของไฮดรอลิกจัมพ์พ่วงกลมรัศมี R

1.6 พิจารณาบริเวณจัมพ์ที่รัศมี R ในรูปที่ 1.5 จงพิสูจน์ว่าความสูง H ของชั้นน้ำหลังจัมพ์เป็นไปตามสมการ

$$H^2 = \frac{2hv^2}{g}$$

[1]

1.7 จงหารัศมี R ของจัมพ์ (คำตอบในรูปของ Q, d, H และ g)

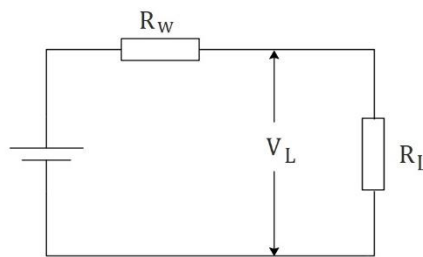
[2]

ข้อที่ 2 การสูญเสียพลังงานไฟฟ้า

[10 คะแนน]

การส่งพลังงานไฟฟ้าระยะไกลนั้นโดยปกติแล้วจะเลือกใช้การส่งด้วยไฟฟ้ากระแสสลับ โดยที่ศักย์ไฟฟ้าในสายส่งไฟฟ้านั้นจะสูงกว่าศักย์ไฟฟ้าที่ใช้ตามบ้านมาก ในปัญหานี้เราจะมาทำความเข้าใจเหตุผลว่าทำไมเราถึงเลือกส่งพลังงานไฟฟ้าด้วยไฟฟ้ากระแสสลับแทนที่จะใช้ไฟฟ้ากระแสตรง

ตอนที่ 1 การส่งพลังงานไฟฟ้าด้วยกระแสตรง



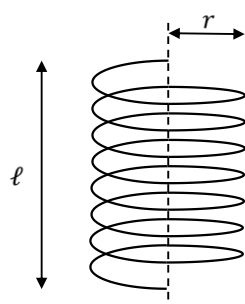
รูปที่ 2.1: ความต่างศักย์ V_L ตกคร่อมตัวต้านทานโหลด R_L

รูปที่ 2.1 แสดงวงจรการส่งพลังงานไฟฟ้าให้กับตัวต้านทาน R_L (โหลด) โดยมี R_W เป็นความต้านทานของสายไฟในวงจร พบว่าที่ตัวต้านทาน R_L นั้นใช้พลังงานในอัตรา P_L และมีความต่างศักย์ตกคร่อมเท่ากับ V_L

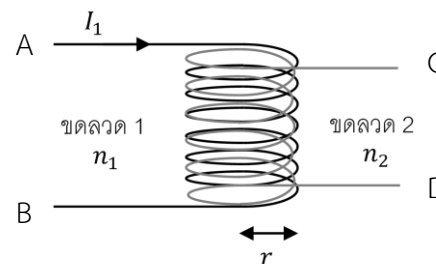
2.1 จงหาอัตราส่วนของกำลังไฟฟ้าใน R_W ต่อกำลังไฟฟ้าใน R_L (ตอบในรูปของ P_L , V_L และ R_W) [1]

2.2 กำหนดให้ $P_L = 1.0 \text{ kW}$, $V_L = 220 \text{ V}$ และ $R_W = 10 \Omega$ จงหาค่าของอัตราส่วนในข้อ 2.1 [0.2]

ตอนที่ 2 ความเหนี่ยวนำร่วมกัน (Mutual Inductance)



รูปที่ 2.2: ขดลวดโซเลนอยด์



รูปที่ 2.3: ขดลวดโซเลนอยด์ 2 อันซ้อนกัน
และ พันเวียนไปในทางเดียวกัน

2.3 รูปที่ 2.2 แสดงขดลวดโซเลนอยด์ (solenoid) ยาว l รัศมี r ($r \ll l$) มีจำนวนรอบต่อความยาวเท่ากับ n นิยามความเหนี่ยวนำตัวเอง (self-inductance)

$$L = \frac{\phi}{I}$$

โดยที่ ϕ คือฟลักซ์แม่เหล็กและ I คือกระแสไฟฟ้าในขดลวดโซเลนอยด์ จงหา L ของขดลวดโซเลนอยด์นี้ (ตอบในรูปของ l , r , n และค่าคงตัวพื้นฐาน)

[1]

- 2.4 ในรูปที่ 2.3 ขดลวดโซเลนอยด์ 2 อันซ้อนกันและพันเวียนไปในทางเดียวกัน ขดลวดทั้งสองมีรัศมี r เท่ากัน ความยาว ℓ เท่ากัน และมีจำนวนรอบต่อความยาวเท่ากับ n_1 และ n_2 ตามที่แสดงในรูป จงหาฟลักซ์แม่เหล็กในขดลวด 2 ที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า I_1 ในขดลวด 1 [1]

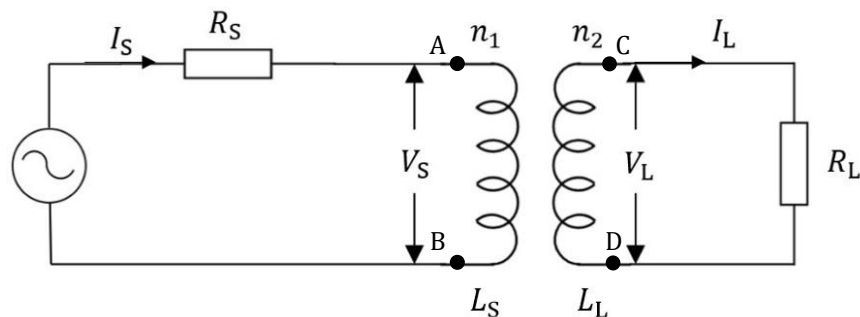
- 2.5 นิยามความเหนี่ยวนำร่วมกัน หรือ Mutual Inductance (M)

$$M = \frac{\text{ฟลักซ์ในขดลวด 2 ที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าในขดลวด 1}}{\text{กระแสไฟฟ้าในขดลวด 1}}$$

สมมติให้ขดลวด 1 และขดลวด 2 ในรูปที่ 2.3 มีความเหนี่ยวนำ L_1 และ L_2 ตามลำดับ จงหา M ในรูปของ L_1 และ L_2 [0.8]

- 2.6 จากรูปที่ 2.3 ถ้ากระแสไฟฟ้า I_1 (ไหลในทิศทางจาก A ไป B) เพิ่มขึ้น กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด 1 และขดลวด 2 จะไหลในทิศทางใด [1]

ตอนที่ 3 หม้อแปลงไฟฟ้า (transformer)



รูปที่ 2.4: วงจรหม้อแปลงไฟฟ้า

รูปที่ 2.4 แสดงวงจรไฟฟ้าประกอบด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับต่อเข้ากับหม้อแปลงและตัวต้านทานโหลด R_L ขดลวดปฐมภูมิ (ความยาว ℓ จำนวนขดต่อความยาวเท่ากับ n_1 และความเหนี่ยวนำ L_S) มีความต่างศักย์คร่อมเท่ากับ V_S ขดลวดทุติยภูมิ (ความยาว ℓ จำนวนขดต่อความยาวเท่ากับ n_2 และความเหนี่ยวนำ L_L) มีความต่างศักย์คร่อมเท่ากับ V_L ความต้านทานของเส้นลวดในวงจรปฐมภูมิถูกแสดงด้วยความต้านทาน R_S ในรูปที่ 2.4 กำหนดให้ I_S และ I_L เป็นกระแสไฟฟ้าในขดลวดปฐมภูมิและทุติยภูมิตามลำดับ โดยที่รูปแบบการเหนี่ยวนำร่วมเป็นไปตามรูปที่ 2.3

- 2.7 ถ้า $I_S = I_{S0}e^{i\omega t}$ และ $I_L = I_{L0}e^{i\omega t}$ จงหาความต่างศักย์ V_S (ตอบในรูปของ L_S , I_S , I_L , M และ ω) [1]
2.8 จากการพิจารณาจำนวนขดลวด จงหาความต่างศักย์ V_S (ตอบในรูปของ V_L , M และ L_L) [1]
2.9 จงหา I_S (ตอบในรูปของ V_L , R_L , L_L , M และ ω) [1]
2.10 จงหาอัตราส่วนของกำลังไฟฟ้าใน R_S ต่อกำลังไฟฟ้าใน R_L (ตอบในรูปของ R_S , R_L , L_L , M และ ω) [1]
2.11 กำหนดให้ $V_S/V_L = 1000$, $V_{L,rms} = 220$ V, $R_S = 10$ Ω และ $\omega L_L \gg R_L$ จงคำนวณค่าอัตราส่วนในข้อ 2.10 ในกรณีที่กำลังไฟฟ้าที่ตัวต้านทานโหลดเท่ากับ 1.00 kW [1]

ข้อ 3 กว่าจะเป็นดาว

[10 คะแนน]

พลังงานที่ดวงอาทิตย์ปลดปล่อยออกมาที่มีมาจากปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชัน แต่อุณหภูมิที่จำเป็นต่อการเริ่มกระบวนการฟิวชันต้องมีค่าสูงมาก ในข้อนี้เราจะทำความเข้าใจอุณหภูมิของดวงอาทิตย์และเงื่อนไขสำหรับการเพิ่มอุณหภูมิให้สูงเพียงพอต่อการเกิดปฏิกิริยาฟิวชัน

ข้อมูลที่จำเป็น

ค่าเฉลี่ยระยะทางระหว่างโลกกับดวงอาทิตย์ $d = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

รัศมีของดวงอาทิตย์ $R = 7.0 \times 10^8 \text{ m}$

มวลของดวงอาทิตย์ $M_S = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$

ค่าคงตัวโน้มถ่วงสากล $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

ค่าคงตัวของสเตฟาน-โบลซ์มานน์ (Stefan- Boltzmann) $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

ค่าคงตัวของโบลซ์มานน์ (Boltzmann) $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

มวลของอะตอมไฮโดรเจน $\approx$ มวลของโปรตอน $= m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

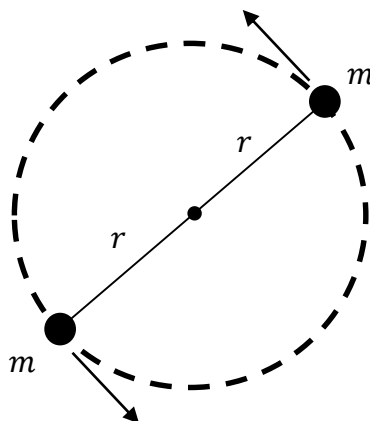
ตอนที่ 1 อุณหภูมิของดวงอาทิตย์

ผิวของดวงอาทิตย์ปล่อยพลังงานมายังโลกในรูปของรังสีตามกฎของสเตฟาน-โบลซ์มานน์ ในข้อนี้เราจะไม่คำนึงถึงการดูดกลืนพลังงานในชั้นบรรยากาศของโลก และสมมติว่าดวงอาทิตย์แผ่รังสีเสมือนเป็นวัตถุดำ (blackbody) และมีกำลังของการแผ่รังสีคือ $e\sigma AT^4$ พบว่าความเข้มของแสงอาทิตย์ที่วัดได้ที่โลกมีค่า $I = 1400 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

3.1 จงคำนวณหาอุณหภูมิที่ผิวของดวงอาทิตย์

[1]

อุณหภูมิที่คำนวณได้จากข้อ 3.1 เป็นเพียงอุณหภูมิที่ผิวของดวงอาทิตย์ซึ่งต่ำกว่าอุณหภูมิเฉลี่ยของดวงอาทิตย์มาก เราจะพยายามประมาณอุณหภูมิเฉลี่ยของดวงอาทิตย์โดยใช้ทฤษฎีจลน์ของแก๊ส เริ่มจากการพิจารณาระบบมวลคู่ตามที่แสดงในรูปที่ 3.1 อนุภาค (แต่ละตัวมีมวล m) 2 ตัวดึงดูดกันด้วยแรงโน้มถ่วง และโคจรเป็นวงกลมรอบศูนย์กลางมวลเป็นระยะทาง r ห่างจากจุดศูนย์กลางมวล



รูปที่ 3.1: อนุภาค 2 ตัวหมุนรอบจุดศูนย์กลางมวล



- 3.2 จงหาพลังงานจลน์ (K. E.) ของระบบ (ตอบในรูปของ m, r และค่าคงตัวพื้นฐาน) [0.5]
- 3.3 กำหนดให้พลังงานศักย์ (P. E.) ของระบบเป็นศูนย์เมื่อนิวเคลียสทั้งสองอยู่ห่างกันเป็นระยะอนันต์ จงหา P. E. ของระบบ (ตอบในรูปของ m, r และค่าคงตัวพื้นฐาน) [0.3]
- 3.4 จากข้อ 3.2 และ 3.3 เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ว่า $P. E. = -b K. E.$ ($b > 0$) จงหาค่าของตัวเลข b [0.2]

สำหรับระบบที่ประกอบด้วยหลายอนุภาคที่ยึดเหนี่ยวกันด้วยแรงโน้มถ่วง โดยเฉลี่ยแล้วความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของระบบในข้อ 3.4 จะเป็นจริงเสมอ (ทฤษฎีนี้เรียกว่า Virial Theorem) ดังนั้นถ้าเราทราบพลังงานจลน์ของระบบ เราสามารถหาพลังงานศักย์โน้มถ่วงของระบบ และพลังงานรวมของระบบได้

ต่อจากนี้เป็นต้นไป เราจะใช้แบบจำลองว่าดวงอาทิตย์เป็นกลุ่มแก๊สทรงกลมที่มีอนุภาคยึดเหนี่ยวกันด้วยแรงโน้มถ่วงเท่านั้น กำหนดให้มวลของกลุ่มแก๊ส $M_S = 2.0 \times 10^{30}$ kg สมมติว่ากลุ่มแก๊สประกอบไปด้วยอะตอมของไฮโดรเจนอย่างเดียว และมีพฤติกรรมแบบแก๊สอุดมคติ

- 3.5 พิจารณาวัตถุทรงกลมมวล M รัศมี R (สมมติให้ความหนาแน่นคงที่) จงแสดงว่าพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุนี้นสามารถเขียนในรูปของ

$$P. E. = -A \frac{GM^2}{R}$$

โดยที่ A เป็นตัวเลขค่าคงที่ และหาค่าของ A (ถ้าหาไม่ได้ให้ใช้ $A = 0.5$ ในข้อถัดไป) [1]

- 3.6 จงใช้ผลจากข้อข้างบนเพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิเฉลี่ยของกลุ่มแก๊สนี้ [1.5]
- 3.7 จงคำนวณค่าของอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานรวมเทียบกับอุณหภูมิของกลุ่มแก๊สนี้ [1]
- 3.8 จากพฤติกรรมของกลุ่มแก๊สที่ยึดกันด้วยแรงโน้มถ่วง ถ้ามีพลังงานเพิ่มเข้าไปในกลุ่มแก๊สนี้ จงเลือกตอบว่ากลุ่มแก๊สจะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นหรือลดลง และกลุ่มแก๊สจะขยายตัวหรือยุบตัว [0.5]

ตอนที่ 2 บทบาทของมวล

ถึงตอนนี้เราไม่ได้คำนึงถึงปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชันในกลุ่มแก๊สเลย อุณหภูมิที่คำนวณได้เป็นไปตามทฤษฎีจลน์สำหรับระบบที่มีมวล M รัศมี R ดังนั้นถ้าเราต้องการอธิบายว่าเพราะเหตุใดดาวจึงสามารถมีอุณหภูมิสูงมากพอจนเกิดกระบวนการฟิวชันได้ที่มีมวลและรัศมีเท่านี้ เราจำเป็นต้องทราบเงื่อนไขที่ทำให้ดาวสามารถมีอุณหภูมิสูงขึ้นจนเกิดการฟิวชันได้ ซึ่งเงื่อนไขสำคัญคือ มวลของกลุ่มแก๊สต้องมีมากพอ เราจะทำการศึกษาก่อนว่าเพื่อให้กลุ่มแก๊สสามารถยุบตัวจนมีอุณหภูมิสูงถึง 10^7 K เพื่อเริ่มกระบวนการฟิวชันได้ มวลของมันต้องมีอย่างน้อยเท่าใด

เราจะใช้แบบจำลองเดิมว่าดาวเป็นกลุ่มแก๊สที่จับตัวเป็นก้อนทรงกลมและมีความหนาแน่นคงที่ โดยอนุภาคในกลุ่มแก๊สมีแรงโน้มถ่วงกระทำต่อกันและกันเท่านั้น กลุ่มแก๊สประกอบไปด้วยไฮโดรเจนอย่างเดียว ในช่วงแรกการเกิดของดาว กลุ่มแก๊สซึ่งเริ่มต้นเย็นและไม่ได้มีปฏิกิริยาฟิวชันเกิดขึ้น ค่อย ๆ ยุบตัวลงจากแรงโน้มถ่วงและมีอุณหภูมิสูงขึ้น ถ้ากลุ่มแก๊สนี้ยุบไปเรื่อย ๆ อุณหภูมิอาจจะสูงขึ้นจนถึง 10^7 K ซึ่งเพียงพอที่จะเริ่มกระบวนการฟิวชันได้



- 3.9 สำหรับกลุ่มแก๊สทรงกลมมวล M รัศมี R และมีความหนาแน่น ρ ความดันที่จุดศูนย์กลางของกลุ่มแก๊สเนื่องจากแรงโน้มถ่วงสามารถเขียนอยู่ในรูป

$$P_{\text{grav}} = \alpha \frac{GM\rho}{R}$$

จงหาค่าตัวเลข α (ถ้านักเรียนหาไม่ได้ให้ใช้ $\alpha = 0.6$ ในข้อต่อ ๆ ไป) [1]

แรงโน้มถ่วงทำให้กลุ่มแก๊สยุบตัวลงและมีอุณหภูมิสูงขึ้นเรื่อยๆ แต่แก๊สไม่สามารถยุบตัวลงจนมีปริมาตรเป็นศูนย์ และมีอุณหภูมิเพิ่มอย่างไม่สิ้นสุดได้เนื่องจากมีความดันอื่นที่ต้านการยุบตัว ในที่นี้เราจะพิจารณาความดัน 2 ชนิดที่ใจกลางกลุ่มแก๊สคือ

- ความดัน P_{ideal} จากการเคลื่อนที่ของแก๊สตามทฤษฎีจลน์ (เราสามารถประมาณได้ว่าเป็นแก๊สอุดมคติ)
- ความดัน degeneracy P_{deg} ซึ่งเกิดจากธรรมชาติของอิเล็กตรอนที่ไม่ชอบอยู่ใกล้กันและจะผลักออกจากกัน ความดันนี้เกิดจากแรงอื่นที่ไม่ใช่แรงทางไฟฟ้า (ในข้อนี้เราไม่คำนึงถึงแรงทางไฟฟ้าใด ๆ ทั้งสิ้น) ความดัน degeneracy นี้ในหน่วย pascal สามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$P_{\text{deg}} = 2.4 \times 10^{-38} \left(\frac{N}{V} \right)^{5/3}$$

โดย N คือจำนวนอะตอมของไฮโดรเจน (ซึ่งเท่ากับจำนวนอิเล็กตรอน) และ V คือปริมาตรของกลุ่มแก๊สในหน่วยลูกบาศก์เมตร

- 3.10 กำหนดให้อุณหภูมิที่จำเป็นต่อการเกิดฟิวชันคือ 10^7 K และไม่ต้องคำนึงถึงการสูญเสียพลังงานของแก๊ส จงคำนวณค่า N/V ที่น้อยที่สุดที่สามารถทำให้เกิดกระบวนการนิวเคลียร์ฟิวชันในกลุ่มแก๊สได้ [2]
- 3.11 จงคำนวณค่ามวล M น้อยที่สุดที่กลุ่มแก๊สสามารถยุบตัวจนเกิดการจุดระเบิดนิวเคลียร์ฟิวชันได้ [1]

แบบจำลองนี้ไม่ตรงกับความเป็นจริงนักเนื่องจากความหนาแน่นของกลุ่มแก๊สไม่คงที่ และเราละเลยแรงอื่น ๆ ระหว่างอะตอม แต่แบบจำลองนี้ช่วยให้เราเข้าใจบทบาทของปริมาณมวลต่อการเกิดดาวได้ในระดับหนึ่ง
