

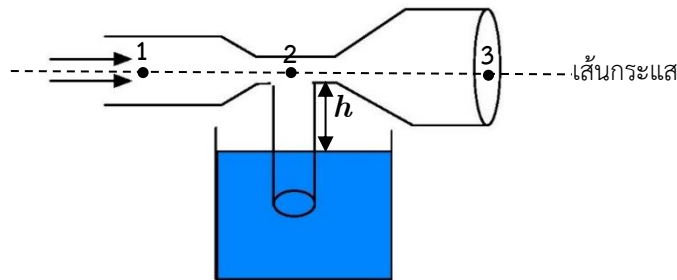
เฉลย 1.1

ก. แบบ B เส้นด้านในอยู่ชิดกันมากกว่า เพราะด้านในมีอัตราเร็วมากกว่าด้านนอก (เนื่องจากด้านนอกมีความดันมากกว่าด้านใน เพื่อให้มีแรงในแนวศูนย์กลางความโค้ง)

[0.5 คะแนน]

ข. แบบ B ทำให้พ่นน้ำออกมาได้ เพราะเป็นแบบเดียวที่ความดันในท่อ (2) เหนือหลอด (4) ต่ำกว่าความดันบรรยากาศ โดยอัตราเร็วต่ำสุดที่ต้องเป่าผ่านท่อ (1) หาได้ดังนี้

[3.0 คะแนน]



บนเส้นกระแสแนวระดับเส้นหนึ่งที่ลากผ่านแนวกกลางท่อทั้งสามบริเวณ (เส้นประในรูป) และเส้นกระแสนี้อยู่เหนือผิวน้ำในแก้วเป็นระยะ h เขียนสมการของ Bernoulli ระหว่างจุดที่ 2 และจุดที่ 3 ได้เป็น

$$P_2 + \frac{1}{2} \rho_a v_2^2 = P_a + \frac{1}{2} \rho_a v_3^2$$

จากสมการความต่อเนื่อง: $v_1 A_1 = v_2 A_2 \Rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = 2v_1$

และ $v_1 A_1 = v_3 A_3 \Rightarrow v_3 = \frac{A_1}{A_3} v_1 = \frac{1}{2} v_1$

ความดันที่ผิวน้ำในท่อ $P_a = P_2 + \rho_w gh$ ดังนั้น ความดันที่จุดที่ 2 คือ $P_2 = P_a - \rho_w gh$

แทน v_2, v_3, P_2 ลงในสมการแรกจะได้ $P_a - \rho_w gh + 2\rho_a v_1^2 = P_a + \frac{1}{8} \rho_a v_1^2$

$$2\rho_a v_1^2 - \frac{1}{8} \rho_a v_1^2 = \rho_w gh$$

$$\frac{15}{8} \rho_a v_1^2 = \rho_w gh \Rightarrow v_1^2 = \frac{8\rho_w gh}{15\rho_a} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{8\rho_w gh}{15\rho_a}}$$

หมายเหตุ อุปกรณ์แบบอื่นๆ ไม่สามารถทำให้พ่นน้ำออกมาได้ เพราะ

อุปกรณ์แบบ A ความดันภายในท่อทั้งสามตอนมีขนาดเท่ากับความดันบรรยากาศ

อุปกรณ์แบบ C ท่อ 3 เล็กกว่าท่อ 2 ทำให้อากาศภายในท่อ 2 มีความดันมากกว่าความดันบรรยากาศ

อุปกรณ์แบบ D ท่อ 3 เล็กกว่าท่อ 2 เช่นเดียวกัน

เฉลย 1.2

- ก. ถ้าอุณหภูมิของเส้นลวดมีค่าคงตัว T_0 จงหารระยะยืด ΔL_1 ของลวดเส้นนี้หลังจากที่นำวัตถุน้ำหนัก W มาห้อยที่ปลาย [0.4 คะแนน]

เฉลย จาก $Y \frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{A}$ สำหรับการยืดของเส้นลวดที่อุณหภูมิคงที่ จะได้ $\Delta L_1 = \boxed{\frac{W}{A} \frac{1}{Y_0} L_0}$

- ข. ถ้าอุณหภูมิของเส้นลวดเปลี่ยนไปเป็น $T_0 + \Delta T$ โดยที่ ΔT มีค่าน้อยๆ จงหารระยะยืด ΔL_2 ทั้งหมดของลวดเส้นนี้เนื่องจากการเปลี่ยนของอุณหภูมิและการดึงโดยวัตถุน้ำหนัก W [1.0 คะแนน]

เฉลย ความยาวที่เปลี่ยนเนื่องจากการห้อยวัตถุที่อุณหภูมิใหม่ คือ $\Delta L_E = \frac{W}{A} \frac{1}{Y_0 + \varepsilon \Delta T} L_0$

ความยาวที่เปลี่ยนโดยอุณหภูมิคือ $\Delta L_T = \alpha L_0 \Delta T$

ดังนั้น ความยาวลวดทั้งหมดที่เปลี่ยนไปจากทั้งการดึงและการเปลี่ยนอุณหภูมิจะเป็น

$$\Delta L_2 = \Delta L_E + \Delta L_T = \boxed{\frac{W}{A} \frac{1}{Y_0 + \varepsilon \Delta T} L_0 + \alpha L_0 \Delta T}$$

- ค. ถ้าอุณหภูมิของเส้นลวดเปลี่ยนไปเป็น $T_0 + \Delta T$ โดยที่ ΔT มีค่าน้อยๆ จงหาพื้นที่หน้าตัด A ของเส้นลวดที่ทำให้วัตถุยังอยู่ที่ตำแหน่งเดิม เหมือนข้อ ก [2.0 คะแนน]

เฉลย ความยาวที่เปลี่ยนไปจากการถูกดึงที่อุณหภูมิคงที่ ต้องเท่ากับความยาวที่เปลี่ยนไปจากการถูกดึงและอุณหภูมิที่เปลี่ยนไป นั่นคือ เราต้องการเงื่อนไขที่ทำให้คำตอบจาก (ก) และ (ข) เท่ากันเสมอ แม้ว่าอุณหภูมิจะเปลี่ยนไป ซึ่งคือ $\Delta L_1 = \Delta L_2$ ทำให้ได้ว่า

$$\frac{W}{A} \frac{1}{Y_0} L_0 = \frac{W}{A} \frac{1}{Y_0 + \varepsilon \Delta T} L_0 + \alpha L_0 \Delta T$$

$$\frac{W}{A Y_0} = \frac{W}{A Y_0} \frac{1}{1 + \varepsilon \Delta T / Y_0} + \alpha \Delta T$$

ใช้การประมาณ $\frac{1}{1 + \varepsilon \Delta T / Y_0} \approx 1 - \varepsilon \Delta T / Y_0$ เมื่อ $\varepsilon \Delta T / Y_0 \ll 1$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{W}{A Y_0} &= \frac{W}{A Y_0} \left(1 - \frac{\varepsilon}{Y_0} \Delta T \right) + \alpha \Delta T \\ \frac{W \varepsilon}{A Y_0^2} &= \alpha \Rightarrow A = \boxed{\frac{W \varepsilon}{\alpha Y_0^2}} \end{aligned}$$

- ง. เพื่อให้สถานการณ์ในข้อ ค เป็นไปได้ วัสดุที่ใช้ทำลวดควรเป็นแบบใด (วัสดุ 1 หรือ 2 หรือ 3) ดังข้อมูลจากกราฟด้านล่าง อธิบายเหตุผลโดยคร่าวๆ [0.6 คะแนน]

เฉลย จากข้อ (ค) เพื่อให้พื้นที่มีค่าเป็นบวก จึงต้องการ $\varepsilon > 0$ ดังนั้น ควรใช้วัสดุ 1 เพื่อทำลวด

เฉลย ข้อ 1.2ข และ 1.2ค วิธีที่สอง

- ข. (วิธีที่สอง) ถ้าอุณหภูมิของเส้นลวดเปลี่ยนไปเป็น $T_0 + \Delta T$ โดยที่ ΔT มีค่าน้อยๆ จงหาระยะยืด ΔL_2 ทั้งหมดของลวดเส้นนี้เนื่องจากการเปลี่ยนของอุณหภูมิและการดึงโดยวัตถุน้ำหนัก W [1.0 คะแนน]

เฉลย ความยาวที่เปลี่ยนโดยอุณหภูมิคือ $\Delta L_T = \alpha L_0 \Delta T$

ดังนั้นความยาวเชือกใหม่จากการเปลี่ยนอุณหภูมิคือ $L_0 + \alpha L_0 \Delta T$ และความยาวใหม่นี้จะเพิ่มขึ้นเนื่องจากการ

การดึงโดยวัตถุอีก $\Delta L_E = \frac{W}{A} \frac{L_0 + \alpha L_0 \Delta T}{Y_0 + \varepsilon \Delta T}$

ดังนั้น ความยาวลวดทั้งหมดที่เปลี่ยนไปจากการดึงและการเปลี่ยนอุณหภูมิจะเป็น

$$\Delta L_2 = \Delta L_E + \Delta L_T = \frac{W}{A} \frac{L_0 + \alpha L_0 \Delta T}{Y_0 + \varepsilon \Delta T} + \alpha L_0 \Delta T$$

- ค. (วิธีที่สอง) ถ้าอุณหภูมิของเส้นลวดเปลี่ยนไปเป็น $T_0 + \Delta T$ โดยที่ ΔT มีค่าน้อยๆ จงหาพื้นที่หน้าตัด A ของเส้นลวดที่ทำให้วัตถุยังอยู่ที่ตำแหน่งเดิม เหมือนข้อ ก [2.0 คะแนน]

เฉลย เริ่มต้นจาก $\Delta L_1 = \Delta L_2$ ทำให้ได้ว่า $\frac{W}{A} \frac{1}{Y_0} L_0 = \frac{W}{A} \frac{L_0 + \alpha L_0 \Delta T}{Y_0 + \varepsilon \Delta T} + \alpha L_0 \Delta T$

ประมาณค่า $\frac{W}{A} \frac{1}{Y_0} L_0 = \frac{WL_0}{A} \frac{1 + \alpha \Delta T \left(1 - \frac{\varepsilon \Delta T}{Y_0}\right)}{Y_0} + \alpha L_0 \Delta T$

$$\frac{W}{A} \frac{1}{Y_0} L_0 = \frac{WL_0}{A} \frac{\left(1 + \alpha \Delta T - \frac{\varepsilon \Delta T}{Y_0}\right)}{Y_0} + \alpha L_0 \Delta T$$

$$0 = \frac{WL_0}{A} \frac{\left(\alpha \Delta T - \frac{\varepsilon \Delta T}{Y_0}\right)}{Y_0} + \alpha L_0 \Delta T$$

$$0 = \frac{W}{A} \frac{\alpha}{Y_0} - \frac{W}{A} \frac{\varepsilon}{Y_0^2} + \alpha$$

$$A = \frac{W}{Y_0} \left(\frac{\varepsilon}{\alpha Y_0} - 1 \right)$$

เฉลย 1.3

- ก. เมื่อสวิตช์ S ลง และปรับความต่างศักย์จนไส้หลอดร้อนและมีอุณหภูมิ T คงตัวแล้วนั้น กำลังไฟฟ้าที่ไส้หลอดได้รับมีค่าเท่าใด [1.0 คะแนน]

เฉลย

กำลังที่ใช้ในการแผ่รังสีความร้อนแบบวัตถุดำที่อุณหภูมิ T หาได้จาก $P + P_\infty = \sigma AT^4$

ดังนั้นจะได้กำลังที่ได้เพิ่มเติมจากไฟฟ้าคือ $P = \boxed{\sigma A T^4 - T_0^4}$

- ข. หากกำลังไฟฟ้าที่จ่ายให้หลอดไฟมีค่ามากพอจนทำให้ไส้หลอดมีอุณหภูมิ T ใดๆ ที่สูงกว่าอุณหภูมิห้องมากๆ $T \gg T_0$ จะพบว่ากระแสไฟฟ้า I ที่ผ่านหลอดไฟมีความสัมพันธ์กับความต่างศักย์คร่อมหลอดไฟ V ตามสมการ $I = \beta V^n$ เมื่อ β เป็นค่าคงตัว จงหาค่าของ n เป็นตัวเลข [1.5 คะแนน]

เฉลย

ประมาณ $T \gg T_0$ จะได้ $P \approx \sigma AT^4$

และเนื่องจาก $R = \lambda T$ จะได้ $P = \sigma A \frac{R^4}{\lambda^4}$

กำลังไฟฟ้า $P = I^2 R \Rightarrow I^2 R = \sigma A \frac{R^4}{\lambda^4}$

$$I^2 = \sigma A \frac{R^3}{\lambda^4} = \sigma A \frac{V^3}{\lambda^4 I^3}$$

$$I^5 = \frac{\sigma A}{\lambda^4} V^3$$

$$I = \sqrt[5]{\left(\frac{\sigma A}{\lambda^4}\right)} V^{0.6} \quad \text{ดังนั้น} \quad \boxed{n = 0.6}$$

เฉลยข้อ 2

2.1 ถ้าความดันย่อยของไอน้ำที่อุณหภูมิห้องมีค่าสูงสุดเป็น P_{sat} จงแสดงว่า ความดันย่อยของไอน้ำ P_{vapor} ที่

อุณหภูมิห้องในขณะที่มีความชื้นสัมพัทธ์ $h\%$ มีค่าเป็น $P_{\text{vapor}} = \frac{hP_{\text{sat}}}{100}$

Solution:

จากนิยามความชื้นสัมพัทธ์ ได้ว่า $h = \frac{m_{\text{vapor}}}{m_{\text{sat}}} \times 100$

โดยที่ $m_{\text{vapor}} = n_{\text{vapor}} M_{\text{H}_2\text{O}}$ และ $m_{\text{sat}} = n_{\text{sat}} M_{\text{H}_2\text{O}}$ เมื่อ $M_{\text{H}_2\text{O}}$ เป็น molar mass ของน้ำ

จะได้ $h = \frac{n_{\text{vapor}}}{n_{\text{sat}}} \times 100$

ใช้ $PV = nRT$ จะได้ $n_{\text{vapor}} = \frac{P_{\text{vapor}} V}{RT}$ และ $n_{\text{sat}} = \frac{P_{\text{sat}} V}{RT}$

ดังนั้น $h = \frac{P_{\text{vapor}}}{P_{\text{sat}}} \times 100$ หรือ $P_{\text{vapor}} = \frac{hP_{\text{sat}}}{100}$

2.2 จงหาค่าความดันย่อยของไอน้ำ $P_{\text{vapor}}, P'_{\text{vapor}}$ ในห้อง ก่อนและหลังเปิดเครื่องปรับอากาศ ตามลำดับ

Solution:

ที่อุณหภูมิ 30 องศาเซลเซียส ค่าความดันไอน้ำสูงสุดคือ 4.244 kPa

จากข้อที่ 2.1 จะได้ว่า $P_{\text{vapor}} = \frac{70 \times 4.244 \text{ kPa}}{100} = \boxed{2.9708 \text{ kPa}}$

ที่อุณหภูมิ 25 องศาเซลเซียส ค่าความดันไอน้ำสูงสุดคือ 3.169 kPa

จากข้อที่ 2.1 จะได้ว่า $P'_{\text{vapor}} = \frac{50 \times 3.169 \text{ kPa}}{100} = \boxed{1.5845 \text{ kPa}}$

2.3 จงหาความดันย่อยของก๊าซไนโตรเจน $P_{\text{N}_2}, P'_{\text{N}_2}$ ในห้อง ก่อนและหลังการเปิดเครื่องปรับอากาศ ตามลำดับ (ให้คิด
ว่าความดันรวมของอากาศในห้องมีค่าคงที่และเท่ากับความดันบรรยากาศ)

Solution:

$$P_{\text{N}_2} = P_{\text{mixture}} - P_{\text{vapor}} = 1.01325 \times 10^5 - 0.029708 \times 10^5 = 0.9835 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P'_{\text{N}_2} = P_{\text{mixture}} - P'_{\text{vapor}} = 1.01325 \times 10^5 - 0.015845 \times 10^5 = 0.9974 \times 10^5 \text{ Pa}$$

2.4 จงให้เหตุผลเพื่อแสดงว่า $\frac{P_{\text{N}_2} V}{T} = \frac{P'_{\text{N}_2} V'}{T'}$

Solution: เนื่องจากจำนวนโมลของแก๊สไนโตรเจนต้องเท่าเดิมเพราะไม่สามารถควบแน่นได้ ดังนั้นจึงได้ว่า

$$n_{\text{N}_2} = n'_{\text{N}_2} \quad \text{และดังนั้น} \quad \frac{P_{\text{N}_2} V}{T} = \frac{P'_{\text{N}_2} V'}{T'}$$

2.5 ถ้าขนาดห้องเป็น $V' = 5 \times 5 \times 3 \text{ m}^3$ จงหา

- ก. ปริมาตรของอากาศทั้งหมด ก่อนเปิดเครื่องปรับอากาศ โดยให้อธิบายหลักการที่ใช้ในการคำนวณให้ชัดเจน
ข. งานเนื่องจากความดันบรรยากาศภายนอกห้อง (ที่ทำให้ปริมาตรของระบบเปลี่ยนไป)

Solution:

$$\text{ก. } V = \frac{P'_{N_2} T}{P_{N_2} T'} V' = \frac{0.9974 \times 10^5 \times 273.15 + 30}{0.9835 \times 10^5 \times 273.15 + 25} \times 5 \times 5 \times 3 = \boxed{77.33 \text{ m}^3}$$

$$\text{ข. } W = P_{\text{mixture}} \Delta V = P_{\text{mixture}} V' - V = 1.01325 \times 10^5 \times 75 - 77.33 = -236.1 \text{ kJ}$$

ถ้าคิดเป็นงานจากความดันบรรยากาศจะต้องตอบเป็นค่าบวก ดังนั้น $W_{\text{by } P_{\text{atm}}} = \boxed{236.1 \text{ kJ}}$

2.6 จงหา

- ก. มวลของไอน้ำทั้งหมดที่กลายเป็นหยดน้ำ
ข. ปริมาณความร้อนที่คายออกมาจากการควบแน่นของไอน้ำ โดยให้สมมติว่า การกลายเป็นหยดน้ำเกิดจากการควบแน่นที่รอบๆ ขดลวดทำความเย็น ที่อุณหภูมิ 10 องศาเซลเซียส

Solution:

- ก. หาจำนวนโมลของไอน้ำก่อนและหลังจาก partial pressure และ volume ที่ได้

$$n_{\text{vapor}} = \frac{P_{\text{vapor}} V}{RT} = \frac{0.029708 \times 10^5 \times 77.33}{8.31447 \times 273.15 + 30} = 91.14 \text{ mol}$$

$$n'_{\text{vapor}} = \frac{P'_{\text{vapor}} V'}{RT'} = \frac{0.015845 \times 10^5 \times 75}{8.31447 \times 273.15 + 25} = 47.94 \text{ mol}$$

โมลของไอน้ำที่จะกลายเป็นหยดน้ำเท่ากับ $n_{\text{vapor}} - n'_{\text{vapor}} = 91.14 - 47.94 = 43.20 \text{ mol}$

หรือคิดเป็นมวลได้เท่ากับ $43.20 \text{ mol} \times 18 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = \boxed{777.6 \text{ g}}$

- ข. ความร้อนที่คายออกมามีค่าเท่ากับความร้อนที่ต้องใช้ในการกลายเป็นไอน้ำ

จากสูตร enthalpy of vaporization (ปริมาณความร้อน H (ในหน่วย kJ) ที่ต้องใช้ในการกลายเป็นไอน้ำของน้ำ 1 mol) และการควบแน่นเกิดที่ 10 องศาเซลเซียส หรือ 283.15 K จะได้ว่า

$$H_{283.15} = 57.075 - 0.0439 \times 283.15 = 44.645 \text{ kJ/mol}$$

ดังนั้น ความร้อนที่คายออกมาทั้งหมดจากการควบแน่นของไอน้ำ 43.20 mol คือ

$$Q_{\text{condense}} = 43.20 \text{ mol} \times \left(44.645 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) = \boxed{1929 \text{ kJ}}$$

2.7 จงหาปริมาณความร้อนทั้งหมดที่ต้องเอาออกจากห้อง กำหนดให้ พลังงานภายในของไนโตรเจนเป็น และ พลังงานภายในของไอน้ำเป็น

Solution:

ปริมาณที่มีผลต่อความร้อนในข้อนี้ เนื่องจากสี่ส่วนคือ (1) การลดอุณหภูมิจาก 30°C เป็น 25°C (2) การลดอุณหภูมิจาก 25°C เป็น 10°C (3) งานจากข้อ 2.5 และ (4) การควบแน่นที่ 10°C

ความร้อนเนื่องจาก 3 ส่วนแรก หาได้จากกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ $Q = \Delta U + W$ ของระบบ ซึ่งประกอบด้วย ไอน้ำและก๊าซไนโตรเจน

$$Q_{\text{system}} = \Delta U_{30 \rightarrow 25} + \Delta U_{25 \rightarrow 10} + W_{\text{by system}}$$

1. การลดอุณหภูมิจาก 30°C เป็น 25°C

ไอน้ำ: $U_{\text{vapor}} = 3P_{\text{vapor}} V_{\text{vapor}} = 3n_{\text{vapor}} RT$ ดังนั้น $\Delta U_{\text{vapor}} = 3n_{\text{vapor}} R \Delta T$

$$\Delta U_{\text{vapor}, 30 \rightarrow 25} = 3n_{\text{vapor}} R T_{25} - T_{30} = 3 \cdot 91.14 \text{ mol} \cdot 8.31 \cdot -5 = \underline{-11.36 \text{ kJ}}$$

ไนโตรเจน: จาก $U_{N_2} = \frac{5}{2} PV = \frac{5}{2} nRT$ ดังนั้น $\Delta U_{N_2} = \frac{5}{2} n_{N_2} R \Delta T$

$$\Delta U_{N_2} = \frac{5}{2} n_{N_2} R \Delta T = \frac{5}{2} \cdot 3019 \cdot 8.31 \cdot -5 = \underline{-313.6 \text{ kJ}}$$

$$\therefore \Delta U_{30 \rightarrow 25} = \Delta U_{\text{vapor}, 30 \rightarrow 25} + \Delta U_{N_2} = -313.6 \text{ kJ} + -11.36 \text{ kJ} = \boxed{-325.0 \text{ kJ}}$$

2. การลดอุณหภูมิของไอน้ำก่อนควบแน่น จาก 25°C เป็น 10°C

$$\Delta U_{\text{cond}, 25 \rightarrow 10} = 3n_{\text{cond}} R T_{10} - T_{25} = 3 \cdot 43.2 \text{ mol} \cdot 8.31 \cdot -15 = \boxed{-16.2 \text{ kJ}}$$

3. งานจากข้อ 2.5 $W_{\text{by system}} = \boxed{-236.1 \text{ kJ}}$ เป็นค่าลบ เพราะระบบถูกทำงาน

4. ความร้อนที่คายออกมาจากการควบแน่นที่ 10°C

จากข้อ 2.6 $Q_{\text{condense}} = \boxed{-1929 \text{ kJ}}$ เป็นค่าลบ เพราะคายความร้อน

สรุป ความร้อนทั้งหมดที่ต้องเอาออกจากห้อง

$$\begin{aligned} Q_{\text{total}} &= Q_{\text{system}} + Q_{\text{condense}} \\ &= \Delta U_{30 \rightarrow 25} + \Delta U_{25 \rightarrow 10} + W_{\text{by system}} + Q_{\text{condense}} \\ &= -325.0 \text{ kJ} + -16.2 \text{ kJ} + -236.1 \text{ kJ} + -1929 \text{ kJ} = \boxed{\boxed{-2506 \text{ kJ}}} \end{aligned}$$

2.8 จงหาว่าปริมาณความร้อนที่ต้องใช้ในการควบแน่น คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของปริมาณความร้อนทั้งหมดที่ต้องเอาออก
จากห้อง

Solution:

$$\text{คิดเป็น} = \frac{Q_{\text{condense}}}{Q_{\text{total}}} = \frac{1929 \text{ kJ}}{2506 \text{ kJ}} = \boxed{77\%}$$

เฉลยข้อที่ 3 Pump Drill

3.1 [2.0 คะแนน] จงหาความเร่งเชิงมุม

เฉลย: ให้ $T =$ แรงดึงเชือก

เนื่องจากคานไม้แนวระดับมีมวลน้อยมาก จะได้ว่า $2T \sin \theta = F_1$

แรงดึงเชือกในแนวระดับทำให้เกิดทอร์ก ทอร์กพยายามหมุน $= 2T \cos \theta \times r$

ทอร์กเนื่องจากแรงเสียดทาน $-k(Mg + F_1)$

ดังนั้นทอร์กลัพธ์เท่ากับ $\frac{F_1 r}{\tan \theta} - k(Mg + F_1)$

ความเร่งเชิงมุม $\alpha = \frac{\frac{F_1 r}{\tan \theta} - k(Mg + F_1)}{I}$

3.2 [1.0 คะแนน] งานโดยแรง F_1 ในช่วงคลายเกลียว

$$W_1 = F_1 \Delta H = F_1 [L \tan \theta_0 - L \tan \theta_n + h] = F_1 L (\theta_0 - \theta_n) = b F_1$$

$$\text{ดังนั้น } b = L (\theta_0 - \theta_n)$$

3.3 [1.5 คะแนน] ขณะที่คลายเกลียวหมดแล้วพอดี หัวสว่านจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω เท่าใด

→ คิดจากงาน

งานของแรงเสียดทานเนื่องจาก $\tau_1 = k(Mg + F_1)$ คือ $W_f = \phi \tau_1 = 2n\pi k(Mg + F_1)$

และ $W_1 - W_f = \frac{1}{2} I \omega^2$ ดังนั้น

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = F_1 L (\theta_0 - \theta_n) - 2n\pi k(Mg + F_1)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{I} (F_1 L (\theta_0 - \theta_n) - 2n\pi k(Mg + F_1))}$$

→ คิดจากความเร่งเชิงมุม (ยากกว่า)

$$\tau_1 = k(Mg + F_1)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\omega$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -\omega \frac{d\omega}{d\phi}$$

$$-\omega \frac{d\omega}{d\phi} = \frac{1}{I} \left(\frac{F_1 r}{\tan \theta} - \tau_1 \right)$$

นำ $\frac{1}{\tan \theta} = -\frac{L}{r} \frac{d\theta}{d\phi}$ ไปแทนค่าในสมการด้านบนจะได้

$$-\omega \frac{d\omega}{d\phi} = \frac{1}{I} \left(-F_1 L \frac{d\theta}{d\phi} - \tau_1 \right)$$

$$-\int_0^\omega \omega d\omega = -\frac{1}{I} F_1 L \int_{\theta_n}^{\theta_0} d\theta - \frac{\tau_1}{I} \int_{2n\pi}^0 d\phi$$

$$-\frac{\omega^2}{2} = -\frac{1}{I} (F_1 L (\theta_0 - \theta_n) + 2n\pi k (Mg + F_1))$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{I} (F_1 L (\theta_0 - \theta_n) - 2n\pi k (Mg + F_1))}$$

3.4 [1.5 คะแนน] จงหาขนาดของ F_1 ที่ทำให้ช่วงปั่นเกลียวเองได้จำนวนเกลียวเชือก n รอบเท่าเดิม แล้วหยุดพอดี โดยที่ไม่ต้องใช้แรงกดเพื่อชะลอ ($F_2 = 0$)

→ ไม่สามารถนำทอร์กระหว่างแรง และระหว่างหน่วงมาเท่ากันได้ (ทอร์กระหว่างแรงไม่คงตัว ทอร์กระหว่างหน่วงคงตัว)

→ แรง F_2 ทำให้เกิดความหน่วง พลังงานจลน์ของระบบหายไป

$$\tau_1 = k(Mg + F_1) \quad \tau_2 = k(Mg)$$

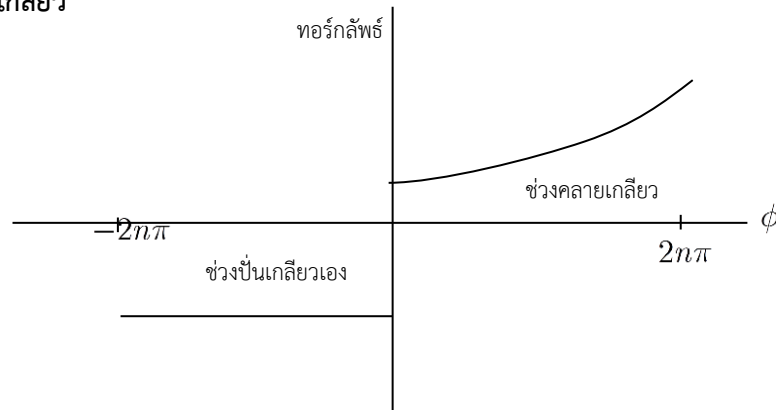
และ $0 - \frac{1}{2} I \omega^2 = -W_f \quad \rightarrow \rightarrow \quad -\frac{1}{2} I \omega^2 = -2n\pi \tau_2$

ดังนั้น $F_1 L (\theta_0 - \theta_n) - 2n\pi \tau_1 = 2n\pi \tau_2$

$$F_1 L (\theta_0 - \theta_n) - 2n\pi k (Mg + F_1) = 2n\pi k (Mg)$$

$$F_1 = \left(\frac{4n\pi k}{L(\theta_0 - \theta_n) - 2n\pi k} \right) Mg$$

3.5 [1.0 คะแนน] จากข้อมูลในข้อ 3.4 จงวาดกราฟคร่าวๆ ระหว่างทอร์กกลัพธ์และมุม ϕ ในช่วงการคลายเกลียว และช่วงปั่นเกลียว



พื้นที่ใต้กราฟสองช่วงจะมีขนาดเท่ากัน เพราะมีผลต่างของพลังงานจลน์เท่ากัน

ช่วงคลายเกลียวทอร์กจะไม่คงตัว แต่จะน้อยสุดตอนที่มุมเป็นศูนย์

3.6 [2.0 คะแนน] ในกรณีที่เชือกยาวพอสมควรและมีจำนวนเกลียวน้อย เราจะประมาณได้ว่ามุม θ ไม่เปลี่ยนแปลงมากนักและประมาณว่าความเร่งเชิงมุม (ในขั้นที่ 1) และความหน่วงเชิงมุม (ในขั้นที่ 3) มีค่าคงตัว จงหาค่าลึงเฉลี่ยของผู้ใช้เครื่องมือนี้

$$\text{เนื่องจากหมุนด้วยจำนวนรอบเท่าเดิม } |\alpha_1| = |\alpha_2| = \alpha = \frac{1}{I} \left(\frac{F_1 r}{\tan \theta} - \tau_1 \right) = \frac{\tau_2}{I}$$

ให้ t_1 เป็นเวลาที่ใช้ในขั้นที่ 1 ให้ t_2 เป็นเวลาที่ใช้ในขั้นที่ 2

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\omega}{|\alpha_1|} + \frac{\omega}{|\alpha_2|} = \frac{2\omega}{\alpha}$$

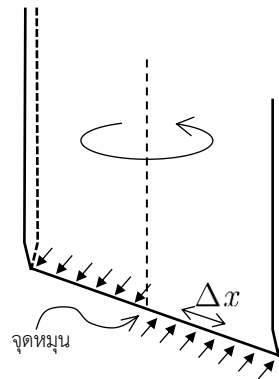
$$\text{และ } \frac{1}{2} I \omega^2 = 2n\pi\tau_2 \text{ หรือ } \omega = 2\sqrt{\frac{n\pi\tau_2}{I}}$$

$$t_1 + t_2 = 2\frac{\omega}{\alpha} = \frac{4\sqrt{\frac{n\pi\tau_2}{I}}}{\frac{\tau_2}{I}} = 4\sqrt{\frac{n\pi I}{\tau_2}} = 4\sqrt{\frac{n\pi I}{kMg}}$$

ดังนั้น ค่าลึงเฉลี่ย

$$P = \frac{W_1}{t} = \frac{F_1 L (\theta_0 - \theta_n)}{t_1 + t_2} = \frac{F_1 L \Delta \theta}{4\sqrt{\frac{n\pi I}{kMg}}} = \frac{F_1 L \Delta \theta}{4} \sqrt{\frac{kMg}{n\pi I}}$$

3.7 [1.0 คะแนน] กำหนดให้หัวส่วนมีลักษณะเป็นใบมีดบาง กว้าง $2r$ และกำหนดให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างใบมีดและพื้นไม้เท่ากับ μ จงหาค่า k ในรูปของ μ และ r



$$\text{ให้ } a = \text{แรงต้าน/ความยาว} = \frac{f}{2r} = \frac{\mu N}{2r}$$

$$\text{แรงที่กระทำต่อความยาว } \Delta x \text{ คือ } \Delta f = a \Delta x$$

$$\Delta \tau = \Delta f \cdot x = a x \Delta x$$

$$\tau = 2 \int_0^r a x dx = a r^2 = \frac{\mu N}{2r} r^2 = \frac{\mu r}{2} N$$

$$\text{หรือ } k = \frac{\mu r}{2}$$
