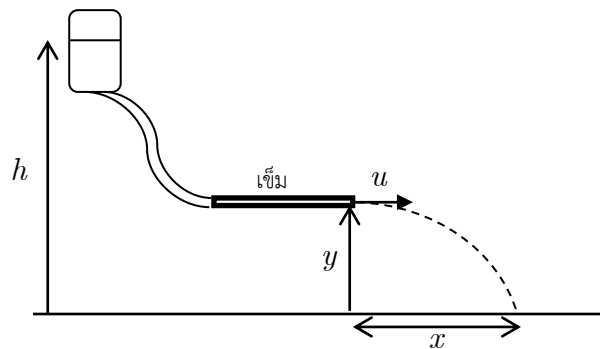


Solution: ความหนืดและความตึงผิวของน้ำเกลือ

ตอนที่ 1 การหารัศมีของรูเข็มฉีดยา

[7.3 คะแนน]



1.1 วิธีทำ

[1.0 คะแนน]

$$x = ut; \quad y = \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad u^2 = \frac{gx^2}{2y} \quad \rightarrow \quad u = \sqrt{\frac{g}{2y}}x$$

$$Q = uA = u(\pi r^2) \quad \rightarrow \quad \boxed{Q = \left(\sqrt{\frac{g}{2y}}\pi r^2\right)x}$$

1.2 จงออกแบบและทำการทดลองเพื่อหารัศมีของรูเข็มฉีดยา โดยใช้วิธีการเขียนกราฟเส้นตรง

[6.3 คะแนน]

จากสมการในข้อ 1.1 ถ้าเขียนกราฟระหว่าง Q และ x จะได้กราฟเส้นตรง ที่มี $\text{slope} = \sqrt{\frac{g}{2y}}\pi r^2$

ดังนั้น เราสามารถหารัศมีของรูเข็มได้จาก $r^2 = \frac{\text{slope}}{\pi} \left(\sqrt{\frac{2y}{g}}\right)$

วิธีทดลอง

ที่ระดับความสูงของผิวน้ำ h ต่างๆ

- วัดระยะตกของน้ำเกลือ x
- ใช้กระบอกฉีดยาขนาด 10 ml ตวงปริมาตรของน้ำที่ไหลออกมา V ในช่วงเวลา t ที่วัดด้วยนาฬิกาจับเวลา
- คำนวณหาอัตราการไหล $Q = V/t$



โจทย์กำหนด ความยาวเข็ม $\ell = 4.0 \text{ cm}$, รัศมีสายน้ำเกลือ $R = 1.1 \text{ mm}$

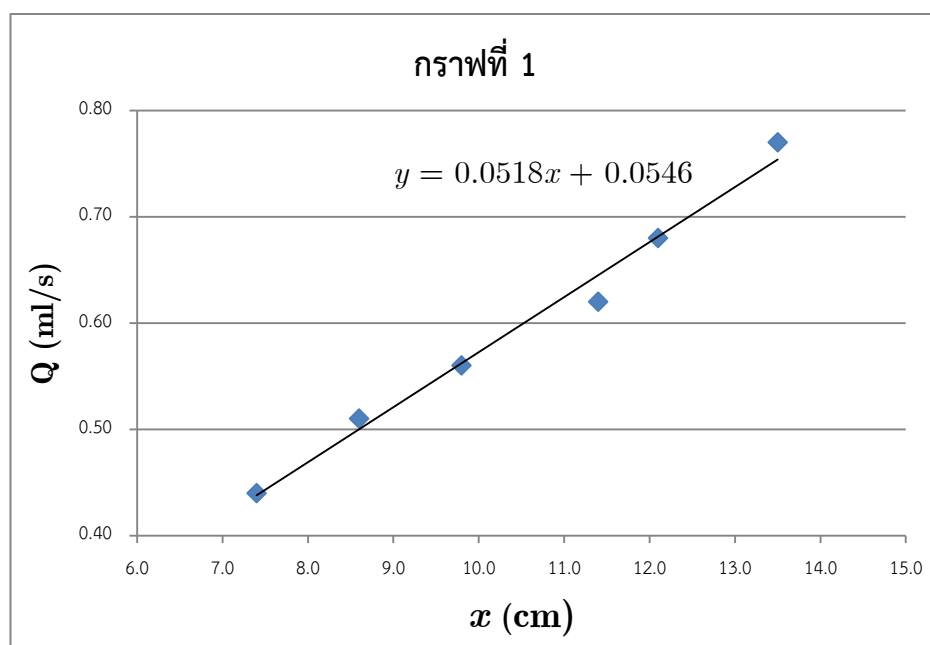
บันทึกผลการทดลอง

ความสูงของเข็มวัดจากพื้นหรือระดับอ้างอิง (ใช้สายวัด) $y = 5.9 \pm 0.1 \text{ cm}$

ความยาวสายน้ำเกลือ $L = 151.0 \pm 0.5 \text{ cm}$

ตารางที่ 1 แสดงระยะตกของน้ำเกลือ x และอัตราการไหล Q ที่ระดับความสูงของผิวหน้า h ต่างๆ

$h \text{ (cm)}$ $\pm 0.2 \text{ cm}$	$x \text{ (cm)}$ $\pm 0.2 \text{ cm}$	$t \text{ (s)}$ $\pm 0.2 \text{ s}$	$V \text{ (ml)} \pm 0.1 \text{ ml}$			$Q \text{ (ml/s)}$	$\Delta Q \text{ (ml/s)}$ $= Q \left(\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta t}{t} \right)$
			ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	เฉลี่ย		
41.2	7.4	10	4.3	4.4	4.4	0.44	0.02
46.1	8.6	10	5.1	5.1	5.1	0.51	0.02
51.0	9.8	10	5.5	5.6	5.6	0.56	0.02
56.2	11.4	10	6.2	6.1	6.2	0.62	0.02
63.2	12.1	10	6.7	6.9	6.8	0.68	0.02
69.5	13.5	10	7.6	7.8	7.7	0.77	0.03





วิเคราะห์ผล

จากกราฟที่ 1 ได้ค่าความชัน $\text{slope} = 0.0518 \text{ cm}^2/\text{s}$

ดังนั้น
$$r^2 = \frac{0.0518}{\pi} \left(\sqrt{\frac{2y}{g}} \right) = 0.181 \text{ mm}^2$$

ดังนั้น รัศมีของรูเข็มคือ
$$r = 0.425 \text{ mm}$$

การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน

ความชันมีค่าระหว่าง $0.0475 \rightarrow 0.0590 \text{ cm}^2/\text{s}$

ดังนั้น
$$\Delta \text{slope} = \frac{0.0590 - 0.0475}{2} = 0.0058 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\frac{2\Delta r}{r} = \frac{\Delta \text{slope}}{\text{slope}} + \frac{1}{2} \frac{\Delta y}{y}$$

$$\Delta r = \frac{r}{2} \left(\frac{\Delta \text{slope}}{\text{slope}} + \frac{1}{2} \frac{\Delta y}{y} \right)$$

ดังนั้น
$$\Delta r = \frac{0.425}{2} \left(\frac{0.0058}{0.0518} + \frac{1}{2} \left(\frac{0.1}{5.9} \right) \right) = 0.026 \text{ mm}$$

สรุป รายงานผล
$$r = 0.425 \pm 0.026 \text{ mm} = 0.43 \pm 0.03 \text{ mm}$$

ตอนที่ 2 การหาความหนืดของน้ำเกลือ

[8.8 คะแนน]

2.1 วิธีทำ: ถ้าคำนึงถึงการไหลผ่านเข็มเท่านั้น

[0.5 คะแนน]

จาก $Q = \frac{\Delta p}{8\eta \ell} \frac{\pi r^4}{\pi r^4}$ โดยที่ ผลต่างความดัน $\Delta p = \rho g(h - y)$

ดังนั้น
$$Q = \frac{\pi r^4 \rho g}{8\eta \ell} (h - y)$$

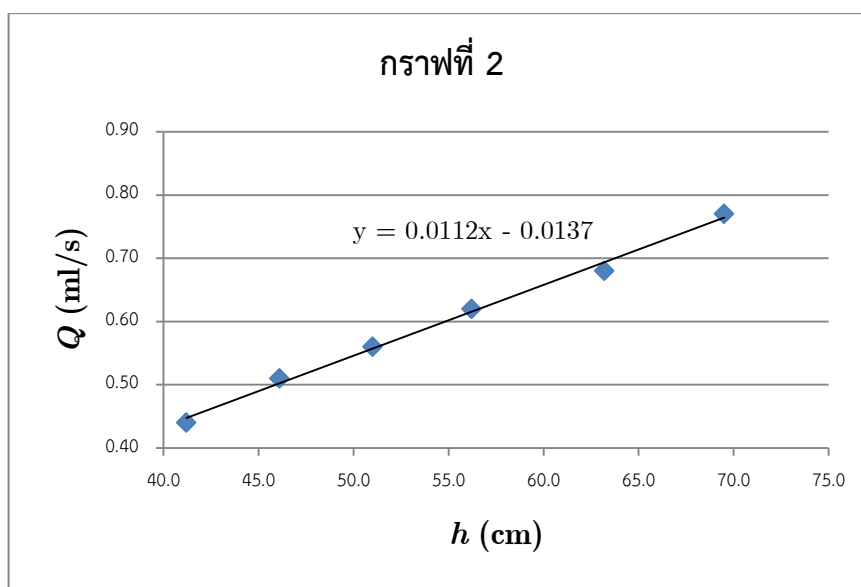
2.2 จงออกแบบและทำการทดลองเพื่อหาความหนืดของน้ำเกลือ โดยใช้วิธีการเขียนกราฟเส้นตรง [6.3 คะแนน]

จากสมการในข้อ 2.1 ถ้าเขียนกราฟระหว่าง Q และ h จะได้กราฟเส้นตรงที่มี $\text{slope} = \frac{\pi r^4 \rho g}{8\eta \ell}$

ดังนั้น หาค่าความหนืดได้จาก
$$\eta = \frac{\pi r^4 \rho g}{8(\text{slope})\ell}$$

(หมายเหตุ: เนื่องจากใช้ค่าความชันของกราฟเท่านั้น จึงสามารถวัดความสูงผิวน้ำ h จากระดับอ้างอิงใดก็ได้)

ใช้ผลการทดลองจากตารางที่ 1 เขียนกราฟ ได้ผลดังนี้



วิเคราะห์ผล

จากกราฟที่ 2 ได้ค่าความชัน $\text{slope} = 0.0112 \text{ cm}^2/\text{s}$

ดังนั้น ความหนืดของน้ำเกลือ คือ
$$\eta = \frac{\pi r^4 \rho g}{8(\text{slope})\ell} = 2.896 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน

ความชันมีค่าระหว่าง $0.0099 \text{ cm}^2/\text{s} \rightarrow 0.0125 \text{ cm}^2/\text{s}$

ดังนั้น
$$\Delta \text{slope} = \frac{0.0125 - 0.0099}{2} = 0.0013 \text{ cm}^2/\text{s}$$



$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta\text{slope}}{\text{slope}} + 4 \frac{\Delta r}{r} = \frac{0.0013}{0.0112} + 4 \frac{0.03}{0.43} = 0.395$$

$$\Delta\eta = 2.896(0.395) = 1.14 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

สรุป รายงานผล

$$\boxed{\eta = 2.8 \pm 1.1 = 3 \pm 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}}$$

2.3 วิธีทำ เมื่อคิดว่าน้ำเกลือไหลผ่านท่อสองอันที่ต่ออนุกรมกัน คือสายน้ำเกลือและเข็มฉีดยา [2.0 คะแนน]

จากสมการที่ (2) จะได้ $Q = \frac{\Delta p}{\frac{8\eta_c \ell}{\pi r^4} + \frac{8\eta_c L}{\pi R^4}}$ โดยที่ ผลต่างความดัน $\Delta p = \rho g(h - y)$

ดังนั้น $Q = \frac{\pi \rho g}{8\eta_c \left(\frac{\ell}{r^4} + \frac{L}{R^4} \right)} (h - y)$

ถ้าเขียนกราฟระหว่าง Q และ h จะได้กราฟเส้นตรง (กราฟที่ 2) ที่มีความชันเป็น

$$\text{slope} = \frac{\pi \rho g}{8\eta_c \left(\frac{\ell}{r^4} + \frac{L}{R^4} \right)}$$

ดังนั้นสามารถคำนวณหาความหนืดได้จาก $\eta_c = \frac{\pi \rho g}{8(\text{slope}) \left(\frac{\ell}{r^4} + \frac{L}{R^4} \right)}$

จากกราฟที่ 2 ได้ค่าความชัน $\text{slope} = 0.0112 \text{ cm}^2/\text{s}$

ดังนั้น ความหนืดของน้ำเกลือ คือ $\eta_c = \frac{\pi \rho g}{8(\text{slope}) \left(\frac{\ell}{r^4} + \frac{L}{R^4} \right)} = 1.6 \text{ mPa}\cdot\text{s}$

หมายเหตุ นักเรียนอาจจะคำนวณจาก $\eta_c = \eta \left(\frac{1}{1 + \frac{L/R^4}{\ell/r^4}} \right)$ ก็ได้



ตอนที่ 3 การหาความตึงผิวของน้ำเกลือ

[3.4 คะแนน]

ตารางที่ 2 ปริมาตรของน้ำเกลือ (ใช้กระบอกฉีดยาขนาด 3 ml ในการตวงปริมาตร)

ครั้งที่	จำนวนหยด	ปริมาตร (ml) ± 0.05 ml	ปริมาตรหนึ่งหยด V (ml)
1	50	1.20	
2	50	1.20	
3	50	1.20	
เฉลี่ย		1.20	0.0235 ± 0.001

วิเคราะห์ผล

จากสมการที่ (3) $mg = 1.4(\pi r_o)\gamma$

$$\gamma = \frac{mg}{1.4\pi r_o} = \frac{\rho Vg}{1.4\pi r_o}$$

ความหนาของผนังท่อ = 0.220 mm

จะได้ $r_o = 0.220 + 0.425 = 0.645$ mm

ดังนั้น $\gamma = \frac{(1030)(0.0235 \times 10^{-6})(9.8)}{1.4\pi(0.645 \times 10^{-3})} = 83.6$ mN/m

การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta r}{r}$$

ดังนั้น $\Delta\gamma = \gamma \left(\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta r}{r} \right) = (83.6) \left(\frac{0.001}{0.0235} + \frac{0.026}{0.645} \right) = 6.9$ mN/m

สรุป รายงานผล $\gamma = 83.6 \pm 6.9$ mN/m = 84 ± 7 mN/m
