

การแกว่งคู่ควบและสนามแม่เหล็กโลก (Coupled Oscillation and Earth's Magnetic Field)

วัตถุประสงค์

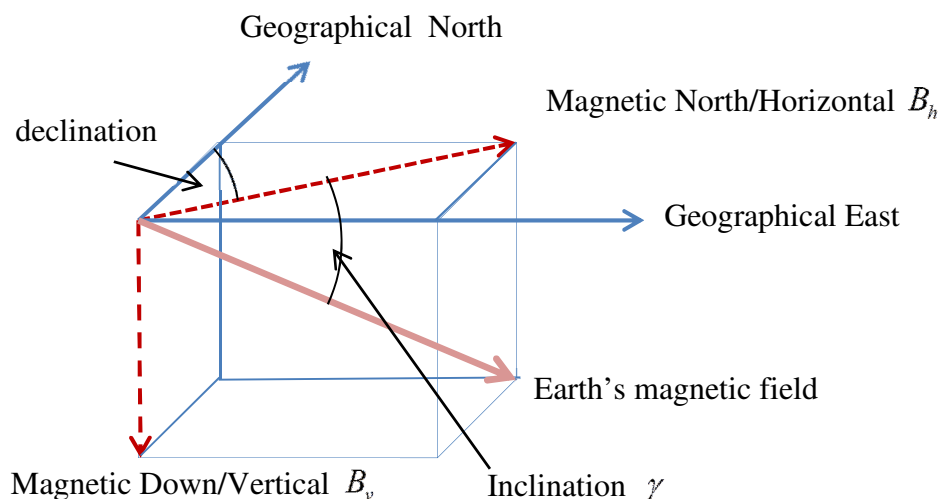
การทดลองนี้จะใช้การแกว่งคู่ควบแบบลูกตุ้ม (pendulum) และการแกว่งแบบบิด (torsion) ของแท่งแม่เหล็กเพื่อนำไปวิเคราะห์หาสนามแม่เหล็กโลก โดยจะต้องทดลองเพื่อหาค่าต่างๆ ต่อไปนี้

1. ค่า magnetic moment ของแท่งแม่เหล็ก
2. ค่า Earth's vertical magnetic field
3. ค่า inclination ของสนามแม่เหล็กโลก

หลักการ

สนามแม่เหล็กโลก

ณ ตำแหน่งใดๆ บนโลก สนามแม่เหล็กโลกแทนได้ด้วยเวกเตอร์ใน 3 มิติ ดังรูป เรามักใช้เข็มทิศวัดเพื่อหาทิศของ Magnetic North มุมที่วัดเทียบกับ True North (Geographical North) เรียกว่า declination และถ้าเราหันหน้าไปทาง Magnetic North มุมที่ทิศของสนามแม่เหล็กทำกับแนวราบ (horizontal) เรียกว่า inclination γ หรือมุมเอียง/มุมเท (dip)



ณ ตำแหน่งต่างๆ บนโลก สนามแม่เหล็กโลกจะมีค่าแตกต่างกัน เช่นเดียวกับมุม γ เรานิยมบอกค่าสนามแม่เหล็กโลกในรูปของสนามแม่เหล็กโลกในแนวราบ (Earth's horizontal magnetic field, B_h) และสนามแม่เหล็กโลกในแนวตั้ง (Earth's vertical magnetic field, B_v) หน่วยเป็น tesla T หรือ gauss G ($1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$) และ inclination γ (ในหน่วยเรเดียน)

โมเมนต์แม่เหล็ก

Magnetic moment μ หรือ magnetic dipole moment ของแท่งแม่เหล็กเป็นปริมาณที่บอกให้ทราบถึงแนวโน้มที่แท่งแม่เหล็กจะวางตัวตามแนวสนามแม่เหล็กโลก เป็นปริมาณเวกเตอร์มีทิศชี้จากขั้วใต้ไปหาขั้วเหนือ สนามแม่เหล็กของแท่งจะแปรผันกับ magnetic moment ด้วย แท่งแม่เหล็กจะมีแนวโน้มที่จะวางตัวให้เวกเตอร์ของ magnetic moment ขนานกับแนวสนามแม่เหล็กด้วยทิศที่ชี้ในทิศเดียวกับทิศของสนามแม่เหล็ก magnetic moment มีหน่วยเป็น $A.m^2$ หรือ $J.T^{-1}$ magnetic moment ต่อปริมาตร คือค่า Magnetization ของแม่เหล็ก

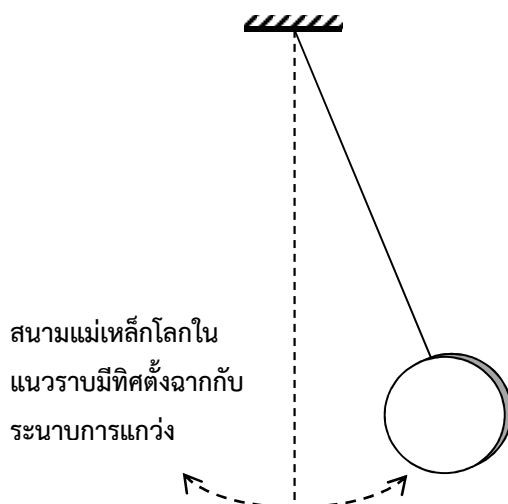
การแกว่งแบบคู่ควบ (Coupled oscillation)

เมื่อแขวนแท่งแม่เหล็กไว้ในสนามแม่เหล็กโลก การแกว่งของแท่งแม่เหล็กจะมีทั้งการแกว่งแบบลูกตุ้ม (pendulum) และการแกว่งแบบบิด (torsion) เพื่อพยายามวางตัวขนานกับแนวสนามแม่เหล็กโลก บางขณะอาจจะมีทั้งการแกว่งแบบลูกตุ้มอย่างเดียว และอีกบางขณะอาจมีการแกว่งแบบบิดอย่างเดียว พลังงานของการแกว่งทั้งสองแบบจะมีการถ่ายโอนไปมาสลับกันตลอด โดยมีช่วงเวลาของการถ่ายโอนพลังงานเป็น τ การแกว่งแบบนี้เรียกว่าการแกว่งแบบคู่ควบ (coupled oscillation)

ถ้าจัดให้แท่งแม่เหล็กมีการแกว่งแบบบิดเพียงอย่างเดียวในสนามแม่เหล็กโลก ความถี่ของการแกว่งที่มีมุมบิดค่าน้อยๆ จะมีค่าดังนี้ (I_{torsion} เป็น moment of inertia ของการบิดของแท่งแม่เหล็ก)

$$f_{\text{torsion}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu B_h}{I_{\text{torsion}}}} \dots\dots\dots (1)$$

ถ้าจัดให้แท่งแม่เหล็กแกว่งแบบลูกตุ้มใน ระนาบที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กโลกในแนวราบ (ดูรูป) โดยใช้ความยาวเชือกที่เหมาะสม พบว่าแท่งแม่เหล็กจะมีการแกว่งทั้งแบบลูกตุ้มและแบบบิด และในบางขณะการบิดจะดูเหมือนหยุดลงและจะมีเฉพาะการแกว่งแบบลูกตุ้มอย่างเดียว



สำหรับความยาวเชือกค่าใดๆ กำหนดให้ τ เป็นช่วงเวลาของการถ่ายโอนพลังงานระหว่างการแกว่งแบบลูกตุ้มไปเป็นแบบบิตแล้วกลับเป็นแบบลูกตุ้มอีกครั้งหนึ่ง และที่ความยาวเชือกที่เหมาะสม ($\ell_{\max}$) ค่าหนึ่งคาบของการแกว่งแบบลูกตุ้ม (T_{pendulum}) กับคาบการแกว่งแบบบิต (T_{torsion}) มีค่าเท่ากัน และที่ความยาวเชือกนั้นค่า τ จะมีค่ามากที่สุด ($\tau_{\max}$) และมีค่าดังสมการ

$$\tau_{\max} \cong \frac{B_h}{B_v} \frac{1}{f_{\text{torsion}}} \frac{2\ell_{\max}}{\sqrt{R^2 + \frac{d^2}{3}}} \dots\dots\dots (2)$$

เมื่อ R, d เป็นรัศมี และความหนาของแท่งแม่เหล็กตามลำดับ ซึ่งสมการ (2) นี้เป็นจริงในกรณีที่แอมพลิจูดของการแกว่งทั้งสองแบบมีค่าน้อยๆ

กำหนดให้ ค่า Earth's horizontal magnetic field B_h ที่จังหวัดชลบุรี = 0.41 G

วัสดุ/อุปกรณ์

- แม่เหล็กรูปจาน (disked shape magnet) ที่มีขั้วอยู่บนผิวราบของแผ่นจาน จำนวนสองอันประกบกันอยู่ และมีเชือกอยู่ระหว่างแผ่นสำหรับแขวน

แม่เหล็กแต่ละอันมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 28.00 ± 0.01 mm หนา 3.00 ± 0.01 mm และมวล 13.8 ± 0.1 g

ระวัง! อย่าให้แท่งแม่เหล็กตก เนื่องจากแท่ง

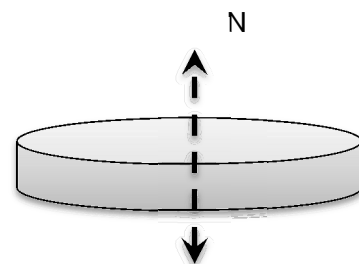
แม่เหล็กค่อนข้างเปราะมาก หากแตกแล้วอาจไม่สามารถทำการทดลองต่อไปได้

แนะนำให้ผูกปลายเชือกเป็นห่วงแล้วคล้องกับเสา และใช้เทปกาวช่วยยึดเชือกไว้กับคานเพื่อใช้ปรับความยาวเชือก

(moment of inertia I_{torsion} ของการแกว่งแบบบิตของแท่ง

แม่เหล็กมวล m เป็น $\frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}md^2$)

- นาฬิกาจับเวลา
- ขาตั้งพร้อมคาน
- สติ๊กเกอร์สเกลสำหรับติดบนแท่งคานอะลูมิเนียมเพื่อความสะดวกในการวัดระยะทาง/ความยาวเชือก
- ไม้บรรทัด/ไม้โปรแทกเตอร์
- ม้วนเทปกาว



คำแนะนำ

ให้ใช้เวลาในช่วงแรกประมาณ 5-10 นาที สร้างความคุ้นเคยกับการสังเกต coupled oscillation ของแท่งแม่เหล็กเสียก่อนที่จะเริ่มทำการทดลองจริง

- แขนงแท่งแม่เหล็กให้เชือกพาดผ่านรอยบากที่ปลายแกน ให้แน่ใจว่าที่ปลายแกนด้านล่างมีแผ่นพลาสติกปิดอยู่ให้เหลือร่องขนาดสั้นๆ ประมาณ 1 mm
- จัตุรัสของผิวหน้าแท่งแม่เหล็กให้ตั้งฉากกับความยาวของแกนอะลูมิเนียมบนขาตั้ง
- ใช้ความยาวเชือกประมาณ 10 cm
- แก่งแม่เหล็กแบบลูกตุ้มด้วยมุมเล็กๆ โดยให้ผิวงานอยู่ในระนาบของการแก่ง
- ทำซ้ำๆ เพื่อจับจังหวะของการจับเวลาหาคาบการแก่งแบบต่างๆ คือการแก่งแบบลูกตุ้มอย่างเดียวกการแก่งแบบบิด และการแก่งที่มีทั้งสองแบบ

การทดลอง

ตอนที่ 1 สังเกตและวาดกราฟ (คร่าวๆ) ลงในกระดาษสรุปคำตอบ [3.0 คะแนน]

- วาดกราฟ (คร่าวๆ) เพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงการกระจัดของการบิด (แกนตั้ง) กับเวลา (แกนนอน) โดยสังเกตการแก่งแบบบิดจากการแขนงแม่เหล็กด้วยความยาวเชือกประมาณ 25 cm
- วาดกราฟ (คร่าวๆ) เพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงการกระจัดของการแก่งแบบลูกตุ้ม (แกนตั้ง) กับเวลา (แกนนอน) โดยสังเกตการแก่งแบบลูกตุ้มจากการแขนงแม่เหล็กด้วยความยาวเชือกประมาณ 25 cm
- วาดกราฟ (คร่าวๆ) เพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงการกระจัดของการบิด (แกนตั้ง) กับเวลา (แกนนอน) โดยสังเกตการแก่งแบบคู่ควบจากการแขนงแม่เหล็กด้วยความยาวเชือกประมาณ 10 cm แล้วปล่อยให้แก่งแบบลูกตุ้ม การบิดตัวของแม่เหล็กจะเกิดเองควบคู่กันไป โดยให้ได้ช่วงเวลารวมในแกนนอนประมาณ 30 วินาทีเป็นอย่างน้อย พร้อมระบุช่วงเวลา τ ให้ชัดเจนในกราฟ

ตอนที่ 2 หาค่า Magnetic moment μ และ Magnetization ของแม่เหล็ก [4.0 คะแนน]

ทำการแก่งแบบบิดอย่างเดี่ยว ที่ความยาวเชือกประมาณ 20-25 cm เพื่อหาความถี่ f_{torsion} ให้ได้ค่าแม่นยำที่สุดเท่าที่จะทำได้ (ให้ระบุว่าวัดความยาวเชือกอย่างไร-วัดระหว่างตำแหน่งใด-ไว้ในกระดาษสรุปคำตอบด้วย)

- คำนวณหาค่า Magnetic moment และ Magnetization ของแม่เหล็ก

ตอนที่ 3 หาค่าความยาวเชือกที่ให้คาบการแกว่งแบบลูกตุ้มกับแบบบิตเท่ากัน [5.0 คะแนน]

ทำการแกว่งแบบลูกตุ้มที่ความยาวเชือก l ค่าต่าง ๆ ระหว่าง 20 – 30 cm ประมาณ 5 ค่าเพื่อหาค่า T_{pendulum} (ให้ถือว่า การแกว่งนี้เป็นแบบลูกตุ้มอย่างง่าย)

- จากข้อมูลที่ได้ นักเรียนต้องเขียนกราฟระหว่างปริมาณใด เพื่อให้ได้กราฟเส้นตรง
- จงเขียนกราฟดังกล่าว
- บนเส้นกราฟ ให้แสดงการหาค่าความยาวเชือก l_m ณ จุดที่คาบทั้งสองแบบเท่ากัน

ตอนที่ 4 หาช่วงเวลา τ_{max} [4.0 คะแนน]

ทำการแกว่งที่มีทั้งแบบลูกตุ้มและแบบบิต เพื่อหาช่วงเวลา τ โดยให้เลือกใช้ช่วงความยาวเชือกที่เหมาะสม

- ระบุเหตุผลของการเลือกใช้ช่วงความยาวเชือกดังกล่าว
- เขียนกราฟระหว่าง τ กับ l เพื่อหาความยาวเชือก l_{max} ที่ให้ค่า τ สูงสุด
- ใช้ความยาวเชือก l_{max} จากกราฟ แล้วทำการทดลองหาค่า τ_{max} ให้แม่นยำที่สุดเท่าที่จะทำได้
อาจรายงานค่าเป็นช่วงต่ำสุด-สูงสุดที่วัดได้

คำแนะนำสำคัญ

เนื่องจากคาบ τ นี้ขึ้นกับมุมของการแกว่งทั้งสองแบบมาก จึงควรใช้มุมที่น้อยๆ เช่น มุมการแกว่งแบบลูกตุ้มประมาณไม่เกิน 5° แต่สำหรับมุมของการบิตควบคุมได้ยาก จึงควรทำการทดลองซ้ำด้วยความระมัดระวังเพื่อให้ได้ค่าที่ดีที่สุด โดยเฉพาะค่าที่บริเวณ l_{max}

วิธีหนึ่งที่น่าจะใช้ได้คือ ใช้ไม้ชี้ทั้งสอง (หรือไม้บรรทัดสองอัน) ประคองผิวหน้าของแท่งแม่เหล็ก ดึงออกจากแนวสมดุลด้วยมุมเล็กๆ แล้วค่อยๆ ปล่อยให้แกว่งอย่างนุ่มนวล

ตอนที่ 5 หาค่า Earth's vertical magnetic field B_v [2.0 คะแนน]

- ใช้ผลจากตอนที่ 4 เพื่อหาค่า Earth's vertical magnetic field ณ บริเวณมหาวิทยาลัยบูรพา

ตอนที่ 6 หาค่า Inclination γ [2.0 คะแนน]

- จงแสดงการหาความสัมพันธ์ที่นำไปสู่การหาค่า inclination จากผลการทดลองข้างต้น
- ด้วยความสัมพันธ์ที่ได้ข้างต้น ให้หาค่า inclination ณ บริเวณมหาวิทยาลัยบูรพา
