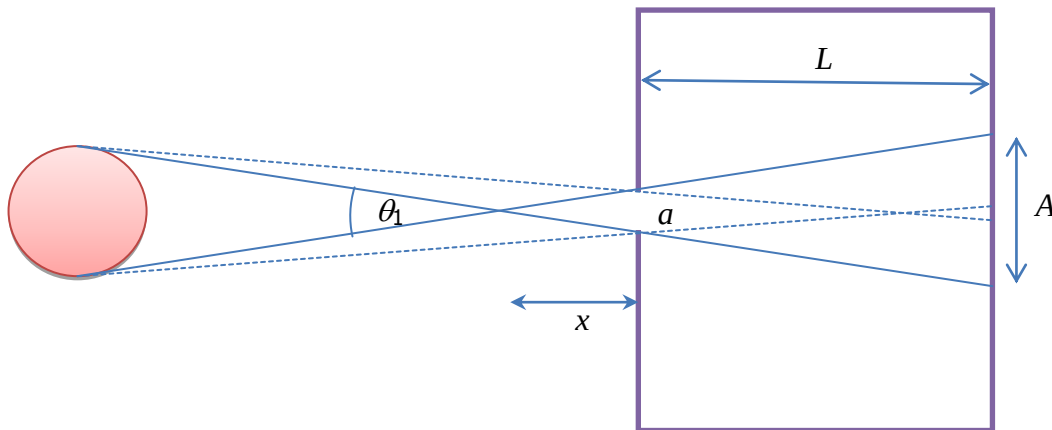


เฉลยข้อสอบทฤษฎีข้อที่ 1

1.1)

ข้อ ก) สามารถหาขนาดโตสุดของภาพบนฉาก จากมุมที่โตสุด และ กำหนดระยะ x ได้

(นั่นคือ ลากเส้นแสงจากขอบบนของดวงอาทิตย์ผ่านขอบรูเล็กด้านล่างไปถึงฉาก และ ลากเส้นแสงจากขอบล่างของดวงอาทิตย์ผ่านขอบรูเล็กด้านบนไปถึงฉาก ระยะห่างของเส้นแสงทั้งสองบนฉากจะเป็นตัวกำหนดถึงขนาดของภาพบนฉาก แล้วการตัดกันนี้แต่ละเส้นแสงจะทำมุม θ_1 ระหว่างกัน และจุดตัดจะห่างจากรูเล็กเป็นระยะ x)



สามารถหาขนาดของภาพที่ได้จากลักษณะเชิงเรขาคณิต เช่น จากสามเหลี่ยมคล้าย จนได้

$$\frac{a}{x} = \frac{A}{L+x}, \quad A = a + \frac{aL}{x}$$

เมื่อดวงอาทิตย์อยู่ไกลมากประมาณขนาดจากส่วนโค้งของวงกลม

$$\theta \approx \theta_1 \approx \frac{a}{x}$$

แล้วจัดสมการได้

$$A = a + L\theta$$

ข้อ ข)

$$\text{มุมการเลี้ยวเบน } \theta_{\text{diff}} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

ขนาดที่เพิ่มจากการเลี้ยวเบนประมาณได้เป็น $L\theta_{\text{diff}}$

ผลจากการเลี้ยวเบนจะประมาณได้ว่าเพิ่มขนาดที่ขอบบนและขอบล่างของภาพบนฉากรวมเป็น

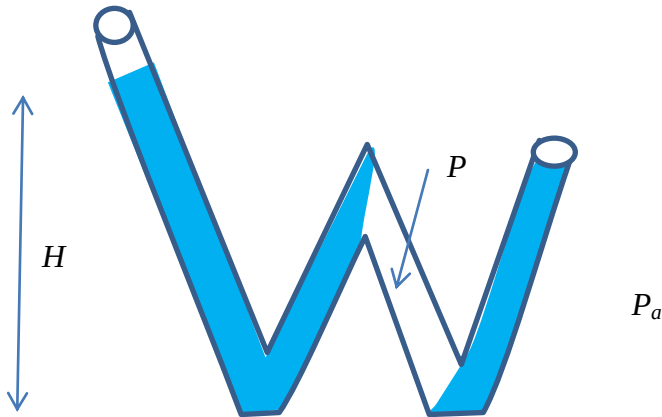
$$A = a + L\theta + 2 \times \frac{1.22\lambda L}{a}$$

ข้อ ค) สมการจากข้อ (ข) อยู่ในรูป $y = x + \frac{B}{x}$ ซึ่ง $B = 1.22\lambda L$ โดยที่ $L\theta$ เป็นค่าที่ไม่ขึ้นกับ a

ภาพจะมีความคมชัด (เล็ก) ที่สุดโดยใช้ผลจาก appendix เมื่อ $a = \sqrt{2.44\lambda L}$

1.2) ก. จงวาดแสดงลักษณะการขังอยู่ของน้ำภายในหลอด โดยมีช่องว่างตรงกลาง

ซึ่งขอบบนของช่องว่างจะอยู่ประมาณยอดตรงกลางของ W
และขอบล่างอยู่ประมาณจุดต่ำสุด
เนื่องจากเดิมระดับน้ำอยู่ที่ครึ่งหนึ่งของความสูง



ก. จงหาว่าระดับน้ำด้านปลายที่สูงกว่าต้องมีความสูงเป็นเท่าใดในขณะที่น้ำเริ่มล้น
ความดันจากน้ำที่มีระดับความสูง x เป็น ρgx

อากาศภายในท่อมีความดัน P ซึ่งมากกว่าความดันบรรยากาศ P_a

จากรูปในข้อ ก. ตั้งสมการของความดันได้

$$\text{ขอบบนของช่องอากาศ } P = P_a + \rho g(H - h)$$

$$\text{ขอบล่างของช่องอากาศ } P = P_a + \rho gh$$

$$\text{ดังนั้น } H - h = h \quad \text{ได้} \quad H = 2h$$



เฉลยข้อสอบทฤษฎีข้อที่ 2

ก) เมื่อ E_0 เป็นพลังงานจลน์ของมวลนี้จะได้

$$u_0^2 = \frac{2E_0}{m}$$

ข) เมื่อประมาณว่าฝุ่นลอยตัวอยู่ค่อนข้างนิ่ง โมเมนตัมของฝุ่น ≈ 0

จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัมจะได้

$$mv = (m + \Delta m)v'$$

$$v' = \frac{mv}{m + \Delta m}$$

พลังงานกลที่เปลี่ยนไปคิดได้จากพลังงานจลน์

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{1}{2}(m + \Delta m)v'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{(m + \Delta m)} - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= -\frac{1}{2} \frac{m \Delta m v^2}{m + \Delta m}\end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } \Delta E \approx -\frac{1}{2} \Delta m v^2$$

ค) แทนค่าความเร็วกำลังสองเฉลี่ยต่อรอบ $\langle v^2 \rangle$ และ $\langle v^2 \rangle = \frac{1}{2}u_0^2$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\Delta E &= -\frac{1}{2} \Delta m \langle v^2 \rangle \\ &= -\frac{1}{4} \Delta m u_0^2\end{aligned}$$

ง) ความถี่ธรรมชาติการสั่นของมวลติดสปริง $\omega^2 = \frac{k}{m}$

เมื่อมวลเปลี่ยนไปเป็น $m + \Delta m$ ความถี่จะเปลี่ยนไป $\omega_0 + \Delta \omega$



$$(\omega_0 + \Delta\omega)^2 = \frac{k}{m + \Delta m}$$

$$\omega_0^2 \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2 = \frac{k}{m} \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)^{-1}$$

$$\omega_0^2 \left(1 + 2\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = \omega_0^2 \left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right)$$

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{\Delta m}{m}$$

จัดรูป $\Delta E = -\frac{1}{4}\Delta m u_0^2 = -\frac{1}{2}\frac{\Delta m}{m}E_0$ แทนค่า $\frac{\Delta m}{m}$ จะได้

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{2\Delta E}{E_0} \Rightarrow \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta E}{E_0}$$

จ) แทนค่าพลังงานและความถี่ในรูป $E + \Delta E$ และ $\omega + \Delta\omega$ ตามลำดับ เพื่อให้ได้ความสัมพันธ์ที่มี E , ΔE , ω และ $\Delta\omega$

$$(E + \Delta E) = C(\omega + \Delta\omega)^y$$

$$E\left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right) = C\omega^y \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^y$$

$$E\left(1 + \frac{\Delta E}{E}\right) \approx C\omega^y \left(1 + y\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)$$

$$\approx E\left(1 + \frac{y\Delta\omega}{\omega}\right)$$

$$\frac{\Delta E}{E} = y\frac{\Delta\omega}{\omega}$$

จาก (ง) จะได้ว่า $y = 1$

และได้ความสัมพันธ์ $E = C\omega$

แทนค่า E_0 และ ω_0 จะได้ $C = \frac{E_0}{\omega_0}$ และ $E = \frac{E_0}{\omega_0}\omega$

ดังนั้นพลังงานของระบบสำหรับค่าความถี่ ω_1 เป็น $\frac{E_0}{\omega_0}\omega_1$



เฉลยข้อสอบทฤษฎีข้อที่ 3

ก. จากกฎของ Gauss $\oint E \cdot dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$

ประจุที่แผ่นตัวนำ $Q = 2\sigma A$

สร้างผิวทรงกระบอกคร่อมแผ่นตัวนำสองด้าน และประมาณว่าสนามไฟฟ้าในแนวขนานผิวโค้งทรงกระบอกเป็นศูนย์ จะได้

$$2EA = \frac{2\sigma A}{\epsilon_0} \quad \text{ได้} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

ข. สร้างผิวของเกาส์รูปทรงกระบอกในแนวแกน OZ และใช้กฎของ Gauss

สนามไฟฟ้าที่ปลายทั้งสองด้านเท่ากับสนามไฟฟ้าภายนอก

ประมาณว่าสนามไฟฟ้าในแนวรัศมีภายนอกเป็นศูนย์

ประจุภายในเป็นศูนย์

$$2\pi r dE_r + 2\pi r^2 E = 0 \quad \text{ได้} \quad \frac{E_r}{E} = -\frac{r}{d} \quad (E_r \text{ มีทิศเข้าหาแกน})$$

ค. ลำโปรตอนจะเดินทางผ่านรูโดยใช้เวลาประมาณ $u\Delta t = d$ ได้ $\Delta t = \frac{d}{u}$

ง. โปรตอนจะถูกเร่งเข้าหาแกนของรู และมีการดลเป็น $F_r \Delta t = \frac{erE}{d} \Delta t = \frac{erE}{du} d = \frac{erE}{u}$

จาก $\Delta P = F \Delta t$

จะได้ $\Delta P = mv_r = \frac{erE}{u}$ ได้ $v_r = \frac{erE}{mu}$

จ. จุดตัดของลำที่ระยะ s หาได้โดยว่าเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่เข้าหาแกน OZ เท่ากับเวลาที่โปรตอนเคลื่อนที่ไปตามแกนเป็นระยะ s

$$\Delta t' = \frac{s}{u} = \frac{r}{v_r} \quad \text{ได้} \quad s = \frac{ur}{v_r} = \frac{urmu}{erE} = \frac{mu^2}{eE} = \frac{m\epsilon_0 u^2}{e\sigma} \quad (\text{แทนค่า } E \text{ จาก (ก)})$$

เมื่อคำนึงถึงผลของสนามภายนอกด้วย จะได้ว่าจุดตัดจะเลื่อนไปอีกเป็นระยะที่หาได้จาก

$$\text{หา } \Delta t' = \frac{r}{v_r} = \frac{rmu}{erE} = \frac{mu}{eE}$$

จากกฎของนิวตันความเร่งเนื่องจากสนามภายนอก $= \frac{eE}{m}$

$$\Delta s = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \Delta t'^2 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \frac{m^2 u^2}{e^2 E^2} = \frac{1}{2} \frac{mu^2}{eE} \quad \text{ได้ผลรวมเป็น} \quad \frac{3}{2} \frac{mu^2}{eE} = \frac{3m\epsilon_0 u^2}{2e\sigma} \quad (\text{แทนค่า } E \text{ จาก (ก)})$$
