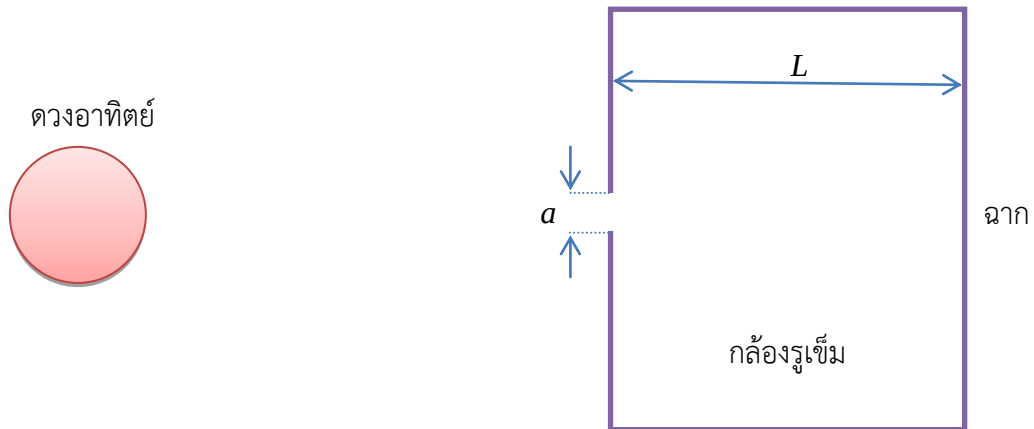


ข้อสอบภาคทฤษฎีข้อที่ 1

- 1.1 กล้องจุลทรรศน์ประกอบไปด้วยรูกลมเล็กๆ เส้นผ่านศูนย์กลาง a อยู่หน้าฉากที่ห่างออกไปเป็นระยะ L ด้านหน้าของกล้องมีแผ่นกรองแสงที่ยอมให้แสงความยาวคลื่น λ ผ่านไปได้ กล้องนี้เมื่อนำไปถ่ายภาพของดวงอาทิตย์ซึ่งมีขนาดเชิงมุมเป็น θ นั้น

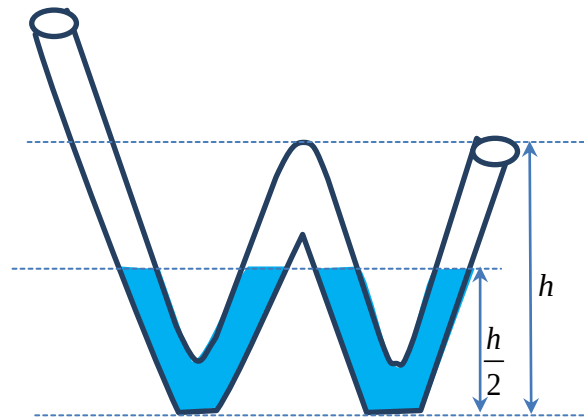


จงหาว่า

- ก) ขนาดของภาพดวงอาทิตย์ที่ปรากฏบนฉากจะมีเส้นผ่านศูนย์กลางเป็นเท่าใด โดยไม่ต้องคำนึงถึงการเลี้ยวเบนของแสง [2.5 คะแนน]
- ข) ผลของการเลี้ยวเบนของแสงจะทำให้ภาพบนฉากมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเป็นเท่าใด [1.8 คะแนน]
- ค) ขนาดของรูจะต้องมีค่าเป็นเท่าใด ภาพของดวงอาทิตย์บนฉากจากข้อ ข) จึงจะมีขนาดเล็กที่สุด [1.7 คะแนน]

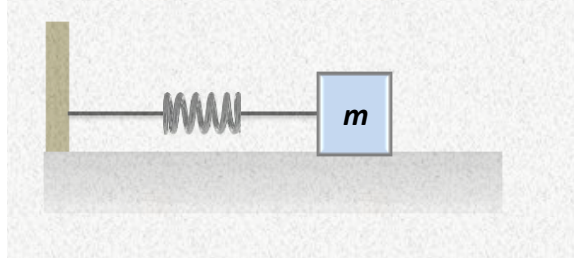
แนะนำ: ค่า x ที่ทำให้ $y = x + \frac{B}{x}$ มีค่าน้อยที่สุดคือ $x = \sqrt{B}$ (ดูภาคผนวก)

- 1.2 หลอดรูปรางคล้ายตัว W มีปลายด้านหนึ่งสูงกว่าอีกด้านหนึ่ง หน้าที่ดของหลอดมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับความยาวทั้งหมดของตัวหลอด ภายในบรรจุน้ำไว้สูงครึ่งหนึ่ง ดังรูป แล้วเติมน้ำลงไปให้ปลายด้านที่สูงกว่าอย่างช้าๆ จนกระทั่งเริ่มมีน้ำล้นออกมาจากปลายที่สูงกว่า ในการวิเคราะห์ให้พิจารณาเฉพาะในขณะน้ำเริ่มล้น โดยไม่ต้องคำนึงถึงความตึงผิวและอากาศที่อยู่ภายในเป็นของไหลที่อัดไม่ได้



- ก) จงวาดแสดงลักษณะของน้ำภายในหลอดในขณะน้ำเริ่มล้น [1.5 คะแนน]
- ข) จงหาว่าระดับน้ำด้านปลายที่สูงกว่าต้องมีความสูงเป็นเท่าใดในขณะน้ำเริ่มล้น [2.5 คะแนน]

ข้อสอบภาคทฤษฎีข้อที่ 2 ก้อนวัตถุติดสปริงดักฝุ่น



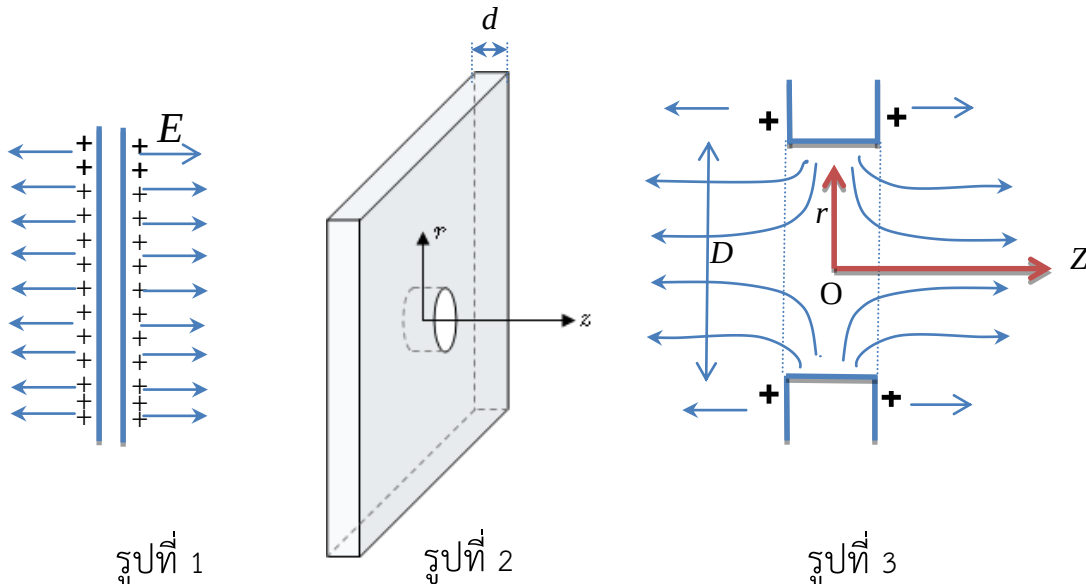
รูปที่ 1

ในรูป ก้อนวัตถุมวล m ผูกอยู่กับสปริงเบาที่มีค่าคงตัว k กำลังสั่นด้วยพลังงาน E_0 และความถี่เชิงมุม ω_0 อยู่บนพื้นลื่น

ต่อมาก้อนวัตถุนี้มีฝุ่นเข้ามาเกาะอย่างต่อเนื่องจนมีพลังงานกลและมวลเปลี่ยนไปอย่างช้าๆ

- ก) จงหาว่าขณะที่ก้อนวัตถุและสปริงสั่นด้วยพลังงาน E_0 นั้น ค่ากำลังสองของอัตราเร็ว (u_0^2) ขณะผ่านจุดสมดุลมีค่าเป็นเท่าใด [1.0 คะแนน]
- ข) ขณะที่ก้อนวัตถุมีอัตราเร็วเป็น v มีฝุ่นเกาะเพิ่มขึ้นคิดเป็นมวล Δm โดยที่ $\Delta m \ll m$ โดยที่ฝุ่นลอยนิ่ง จงหาว่าก้อนวัตถุจะมีพลังงานกลเปลี่ยนแปลงไปประมาณเท่าใด [3.5 คะแนน]
(ข้อแนะนำ $(1+x)^n \approx 1+nx$ เมื่อ $x \ll 1$)
- ค) หากฝุ่นเกาะก้อนวัตถุอย่างต่อเนื่องทำให้มีมวลเปลี่ยนไป Δm เมื่อเคลื่อนที่ครบรอบแล้ว พลังงานกลจะมีการเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด [1.0 คะแนน]
(ข้อแนะนำ เราจะใช้สมการจาก (ข) เพื่อหาพลังงานที่เปลี่ยนไปนี้ได้ โดยแทนที่ v^2 ด้วยค่า $\langle v^2 \rangle$ ซึ่งหมายถึงค่าเฉลี่ยของอัตราเร็วกำลังสองตลอดการเคลื่อนที่หนึ่งรอบ ซึ่งพบว่า $\langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} u_0^2$)
- ง) จงหาว่าความถี่เชิงมุมขณะที่สปริงเคลื่อนที่ได้หนึ่งรอบหลังจากฝุ่นมาเกาะจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากความถี่เชิงมุมเริ่มต้น ω_0 ประมาณเท่าใด ให้ตอบในรูป $\Delta E, E_0, \omega_0$ [2.5 คะแนน]
- จ) จากข้อ (ง) บ่งชี้ว่าพลังงานกลและความถี่การสั่นมีความสัมพันธ์กัน กำหนดให้ความสัมพันธ์นี้อยู่ในรูปของ $E = C\omega^y$ เมื่อ y และ C เป็นค่าคงตัว สำหรับการเคลื่อนที่รอบต่อๆ ไปทุกรอบ จงหาค่าของ y ที่สอดคล้องกับผลคำนวณที่ได้ในข้อ (ง) แล้วจงหาว่าขณะที่ก้อนวัตถุและสปริงสั่นด้วยค่าความถี่เชิงมุม ω ระบบจะมีพลังงานกลเป็นเท่าใด ให้ตอบในรูปของ E_0, ω_0, ω [2.0 คะแนน]

ข้อที่ 3 แผ่นประจุมีรู



แผ่นระนาบตัวนำบางขนาดใหญ่มาก มีความหนา d มีประจุบวกกระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอด้วยความหนาแน่นที่ผิวแต่ละด้านเป็น σ ดังรูปที่ 1

ก. จงหาค่าสนามไฟฟ้าที่แผ่ออกมาจากแผ่นตัวนำ [1.5 คะแนน]

บริเวณหนึ่งของแผ่นตัวนำถูกเจาะเป็นรูกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง D โดยที่ $D > d$ ดังรูปที่ 2 และรูปที่ 3 แสดงภาพขยายแนวเส้นสนามไฟฟ้าภายในรูอย่างหยาบๆ ในที่นี้กำหนดกรอบอ้างอิงแบบทรงกระบอกที่มีแกน OZ เป็นแกนสมมาตรของรู ประมาณได้ว่าหากรูมีขนาดเล็กแล้ว สนามไฟฟ้าภายนอกรูยังมีค่าเช่นเดียวกับสนามไฟฟ้าบริเวณที่ไม่มีรูอยู่บนแผ่น

ข. สมมุติว่า ภายในรู สนามไฟฟ้าในแนวรัศมี E_r มีค่าสม่ำเสมอไม่ขึ้นกับตำแหน่งตามแกน Z ตลอดความหนา d ค่าสนามไฟฟ้านี้ที่ระยะ r จากแกน Z จะมีขนาดเป็นกี่เท่าของสนามไฟฟ้าภายนอกและมีทิศใด (แนะนำ: อาจหาโดยใช้กฎของเกาส์) [2.8 คะแนน]

ต่อมามีลำโปรตอนความหนาแน่นต่ำ และมีความเร็วสูงเคลื่อนที่ผ่านเข้ามาในช่องด้วยอัตราเร็ว u จงหาว่า

- เวลาที่ลำโปรตอนเคลื่อนที่ผ่านออกไปจากรูมีค่าเท่าใด [0.5 คะแนน]
- โปรตอนที่อยู่ระยะ r จากแกน Z จะผ่านออกจากรูโดยได้รับการดลทั้งหมดในแนวรัศมีเป็นเท่าใด และเมื่อผ่านออกจากรูแล้วจะมีความเร็วในแนวรัศมีเป็นเท่าใด [2.5 คะแนน]
- ลำโปรตอนทั้งหมดจะถูกโฟกัสไปรวมกันที่ระยะเท่าใด โดยไม่คำนึงถึงแรงผลักระหว่างโปรตอนในลำ [2.7 คะแนน]
