



ข้อสอบภาคทฤษฎี

การแข่งขันฟิสิกส์โอลิมปิกระดับชาติ ครั้งที่ 10

The Tenth Thailand Physics Olympiad

ณ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร

วันที่ 25 ถึง 29 เมษายน พ.ศ. 2554

คำแนะนำ

1. ให้เวลาทำข้อสอบ 4 ชั่วโมง
2. ใช้ปากกาสีน้ำเงินหรือสีดำเท่านั้น
3. ใช้เฉพาะด้านหน้ากระดาษคำตอบภายในกรอบที่กำหนดให้เท่านั้น
4. เขียนทุกสิ่งที่คุณคิดว่าจำเป็นในการแสดงวิธีทำและต้องการให้ตรวจลงบนกระดาษคำตอบและในการตอบคำถามที่เป็นตัวเลขต้องตอบให้มีจำนวนเลขนัยสำคัญที่สอดคล้องกับข้อมูลที่ให้มาพร้อมหน่วย
5. ต้องใส่หมายเลขประจำตัวนักเรียนในช่องที่หัวกระดาษคำตอบทุกแผ่นที่ใช้ นอกจากนั้นบนกระดาษที่ใช้สำหรับคำถามแต่ละข้อให้เขียนเลขข้อคำถามและส่วนของข้อที่กำลังตอบและเลขหน้าที่ด้านบนกระดาษคำตอบแต่ละแผ่นที่ใช้ทุกแผ่นให้ชัดเจน ถ้าแผ่นใดใช้หมดหรือไม่ต้องการให้ตรวจให้ขีดกากบาทตลอดหน้านั้นและไม่ต้องนับรวม
6. เมื่อทำเสร็จแล้วให้จัดเรียงกระดาษสรุปจำนวนหน้าและข้อคำตอบไว้บนสุด ตามด้วยกระดาษที่แสดงวิธีทำ กระดาษคำถาม กระดาษเปล่าที่เหลือไว้ล่างสุด เชื่อมกระดาษทั้งหมดเข้าด้วยกันและวางไว้บนโต๊ะสอบ

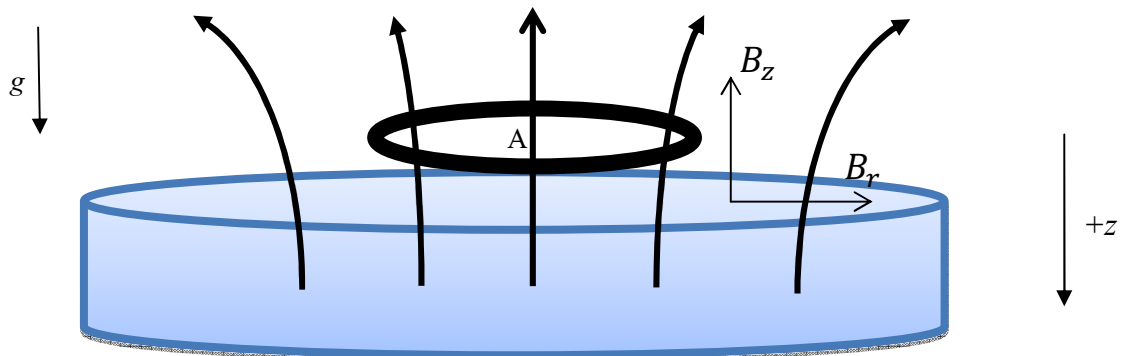
ห้ามนำกระดาษใด ๆ ออกนอกห้องสอบโดยเด็ดขาด

ข้อที่ 1

ปรากฏการณ์ลอยตัวเหนือก้อนแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่ง (superconductor)

แผ่นวงแหวนบางๆ ของวัสดุที่สามารถเป็นตัวนำยวดยิ่งถูกจับยกไว้เหนือก้อนแม่เหล็กทรงกระบอก (สมมติให้เป็นจุด A) ซึ่งมีสนามแม่เหล็กในแนวตั้งและแนวอนผ่านตัววงแหวนอยู่ โดยแกนของทรงกระบอกอยู่ตรงกับแกนของวงแหวนดังรูป แล้วถูกลดอุณหภูมิเปลี่ยนให้เป็นตัวนำยวดยิ่งอย่างกะทันหัน โดยที่สนามแม่เหล็กในวงแหวนมีค่าคงเดิม และให้ถือว่ายังไม่มีกระแสไหลวนในวงแหวนที่จุด A นี้

กำหนดให้วงแหวนมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับเส้นผ่านศูนย์กลางของก้อนแม่เหล็ก กระแสในตัวนำยวดยิ่งสามารถไหลได้โดยไม่มีความต้านทาน ขนาดและทิศของกระแสสามารถเปลี่ยนแปลงได้และไม่มีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากการแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า



ที่จุด A สนามแม่เหล็กของแม่เหล็กทรงกระบอกจะมีสมมาตรแบบทรงกระบอก ซึ่งมีองค์ประกอบในแนวตั้ง B_z และองค์ประกอบแนวรัศมี B_r ประมาณได้ด้วยสมการ

$$B_z = B_0(1 + \alpha z) \quad \text{และ} \quad B_r = B_0\beta r \quad \text{เมื่อ } B_0, \alpha, \beta \text{ เป็นค่าคงที่}$$

โดย z เป็นตำแหน่งจากจุด A ($z=0$) และมีค่าเป็นบวกในทิศลง

r เป็นระยะในแนวรัศมีจากแกนกลางของก้อนแม่เหล็ก

B_0 เป็นความเข้มสนามแม่เหล็กแนวตั้งที่จุด A

หลังจากถูกปล่อยลงมาจากจุด A กระแสจะเริ่มไหลวนในวงแหวน และจะตกลงมาผ่านจุดสมดุลซึ่งอยู่ใต้จุด A ที่ตำแหน่ง $z = z_0$ และวงแหวนจะมีการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย รอบจุดนี้



ในการคำนวณให้ใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้

มวลของวงแหวน	m
รัศมีของวงแหวน	R
ค่าความเหนี่ยวนำของวงแหวน	L
ค่าสนามโน้มถ่วงของโลก	g

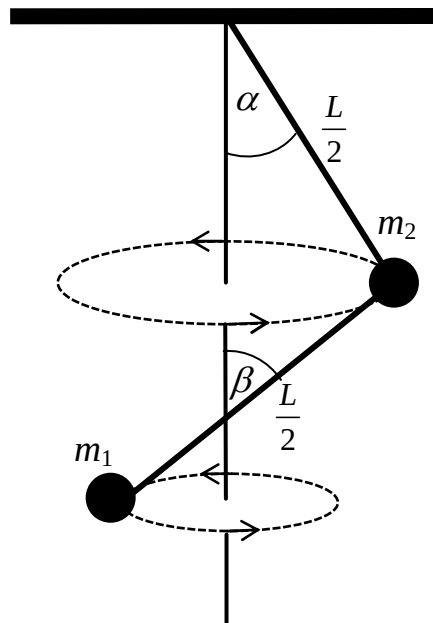
- 1.1) ถ้าในขณะที่วงแหวนตกลงมาได้ระยะ z (วัดจากจุด A) มีกระแสขนาด I ไหลในวงแหวน จงหาฟลักซ์แม่เหล็กรวม Φ ที่ผ่านวงแหวนอันเนื่องมาจากก้อนแม่เหล็กและกระแสในวงแหวนในรูปของกระแส I และตัวแปรอื่นๆที่โจทย์กำหนดให้ [1.0 คะแนน]
- 1.2) **จงแสดงว่าฟลักซ์แม่เหล็กกรวมผ่านวงแหวนมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงเนื่องจากความเป็นตัวนำ** ยวดยิ่งของวงแหวน และ**คำนวณหาค่าขนาดของกระแสที่ไหลผ่านวงแหวนที่ตำแหน่ง z** ในรูปของตัวแปรที่โจทย์ให้มาและค่าคงที่อื่นๆ ที่จำเป็น และ**ให้ระบุทิศการไหลของกระแสว่าทวนเข็มหรือตามนาฬิกาเมื่อมองจากด้านบนพร้อมอธิบายเหตุผล** [3.0 คะแนน]
- 1.3) จง**คำนวณหาแรงลัพท์ที่กระทำต่อวงแหวนในแนวตั้งอันเนื่องจากอิทธิพลของสนามแม่เหล็กและแรงโน้มถ่วง** โดยให้คิดว่าฟลักซ์แม่เหล็กในตัววัสดุวงแหวนมีค่าคงที่เช่นกันเนื่องจากสมบัติความเป็นตัวนำยวดยิ่ง [1.8 คะแนน]
- 1.4) จงหา**ระยะทาง z_0 (จากจุด A) ที่แรงลัพท์ที่กระทำต่อวงแหวนเป็นศูนย์** [0.6 คะแนน]
- 1.5) จงหา**ความถี่เชิงมุมและแอมพลิจูดการสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายของวงแหวน** ให้ถือว่าวงแหวนสามารถสั่นได้โดยไม่ชนผิวแม่เหล็ก [2.3 คะแนน]
- 1.6) จง**คำนวณหาค่ากระแสสูงสุดและตำแหน่งของวงแหวนที่ให้ค่ากระแสสูงสุดในวงแหวน** เป็นตัวเลข กำหนดให้ $m = 50 \text{ mg}$, $R = 0.50 \text{ cm}$, $L = 1.3 \times 10^{-8} \text{ H}$, $B_0 = 0.010 \text{ T}$, $\alpha = 2.0 \text{ m}^{-1}$, $\beta = 32 \text{ m}^{-1}$ และ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ [1.3 คะแนน]



ข้อที่ 2 การหมุนของมวลสองก้อน

เชือกเส้นหนึ่งยาว L ปลายหนึ่งยึดอยู่กับที่ อีกปลายหนึ่งผูกติดกับมวล m_1 โดยมีมวล m_2 ผูกอยู่ระหว่างกลางของเส้นเชือก ในรูปมวลทั้งสองกำลังเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบแกนในแนวดิ่งด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ขนาดหนึ่ง และทำให้ส่วนบนของเชือกที่ผูกกับที่ทำมุม α กับแกนดิ่ง และส่วนล่างของเชือกที่ผูกกับมวล m_1 ทำมุม β กับแกนดิ่ง

ตอนที่ 1 ถ้ามวล m_2 ผูกอยู่ที่จุดกึ่งกลางพอดี ดังรูป



- 2.1) จงหาว่าจุดศูนย์กลางมวลของมวลทั้งสองจะอยู่ห่างจากแกนดิ่งที่ผ่านตำแหน่งผูกเชือกเป็นระยะทางเท่าใด [1.0 คะแนน]
- 2.2) จงหาแรงตึงในเส้นเชือกแต่ละส่วน [1.6 คะแนน]
- 2.3) จงแสดงว่าความสัมพันธ์ของมุม α และ β อยู่ในรูป

$$A \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} = B \sin \alpha \tan \beta + C \tan \alpha \sin \beta + D \tan \alpha \sin \alpha \quad \text{เมื่อ } A, B, C, D \text{ เป็นค่าคงที่}$$

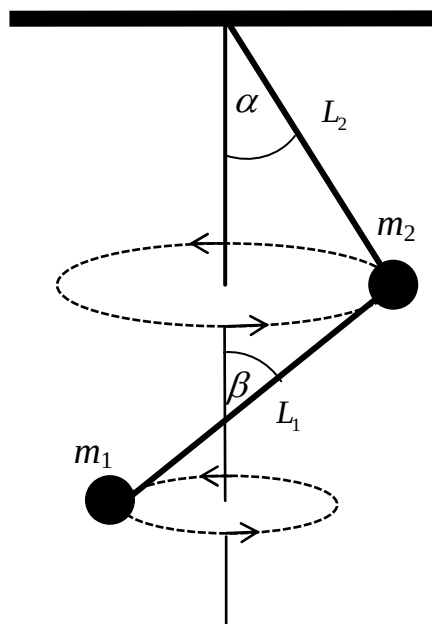
จงหาค่าคงที่เหล่านี้

[2.9 คะแนน]



- 2.4) ในกรณีที่เส้นเชือกทั้งสองเอียงทำมุมไม่มากนัก ให้ใช้การประมาณ $\tan \theta \cong \sin \theta \cong \theta$ เมื่อ θ เป็นมุมน้อยๆ เพื่อประมาณว่าเชือกส่วนล่างจะเอียงทำมุมเท่าใดได้บ้าง ในรูปของ α , m_1 และ m_2 เท่านั้น [0.8 คะแนน]

ตอนที่ 2 ตอนนี้จะปล่อยให้มวลตรงกลางไถลได้ พบว่าขณะอยู่ในสมดุล เชือกส่วนบนมีความยาว L_2 และเชือกส่วนล่างมีความยาวเป็น L_1 ดังรูป

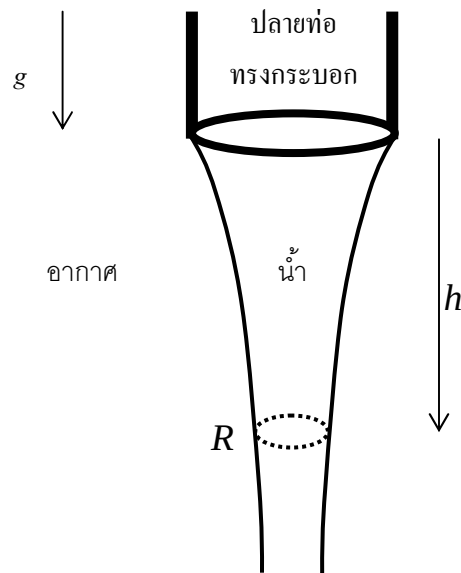


- 2.5) จงหาความสัมพันธ์ของมุม α และ β ในรูปของตัวแปร m_1 และ m_2 เท่านั้น [1.7 คะแนน]
- 2.6) จงคำนวณหาอัตราส่วนของความยาวเชือกทั้งสองส่วน ในรูปของ α, β, m_1 และ m_2 เท่านั้น [2.0 คะแนน]

ข้อที่ 3 การไหลของน้ำ

ลำน้ำที่ไหลออกจากปลายท่อในแนวดิ่งภายใต้แรงโน้มถ่วงจะมีขนาดเล็กลงตามระยะทางที่น้ำเคลื่อนที่ลง อันเนื่องมาจากความเร็วที่เพิ่มขึ้น แรงตึงผิวและปัจจัยอื่นๆ ในการคำนวณให้ใช้สัญลักษณ์และค่าต่อไปนี้

- g = สนามโน้มถ่วงที่ผิวโลก (9.8 m/s^2)
 h = ระยะทางจากปลายท่อ
 R = รัศมีของลำน้ำที่ระยะทาง h จากปลายท่อ
 R_0 = รัศมีของปลายท่อ (0.50 cm)
 γ = ความตึงผิวของน้ำ (0.072 N/m)
 P_0 = ความดันบรรยากาศ
 ρ = ความหนาแน่นของน้ำ (1000 kg/m^3)
 v_0 = ความเร็วการไหลของน้ำที่ปลายท่อ (0.10 m/s)



รูปที่ 1 การไหลของน้ำจากปลายท่อทรงกระบอก

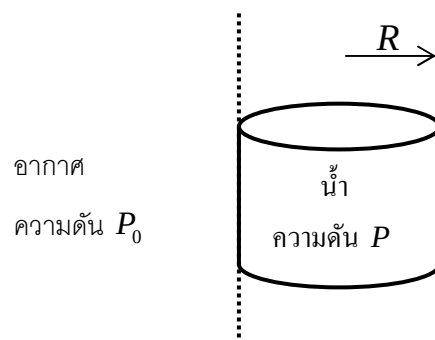


- 3.1) ในการวิเคราะห์เบื้องต้น เราจะสมมติว่า น้ำเป็นของเหลวที่ไม่มีความหนืดและยังไม่ต้องคำนึงถึงแรงตึงผิว หลังจากหลุดจากปลายท่อแล้วการไหลของน้ำเป็นไปตามสมการของแบร์นูลลี (Bernoulli's equation) และให้สมมติว่าทุกจุดบนพื้นที่หน้าตัดที่ระยะ h นั้นน้ำมีความเร็วเท่ากัน จงหาความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของน้ำที่ระยะ h

[3.0 คะแนน]

- 3.2) ในขั้นตอนต่อไป เราจะเพิ่มแรงตึงผิวเข้าไปในการคำนวณ ให้พิจารณาส่วนของลำน้ำทรงกระบอกขนาดสั้น ดังรูป และสมมติว่าทรงกระบอกของน้ำอยู่ในสมดุล จงหาว่าความดันของน้ำ P จะต้องมากกว่าความดันบรรยากาศ P_0 เท่าใด เนื่องจากการมีความตึงผิว

[2.0 คะแนน]



รูปที่ 2 น้ำรูปทรงกระบอกขนาดสั้น

- 3.3) นำการพิจารณาความดันที่เกี่ยวข้องกับแรงตึงผิวในข้อ 3.2 ไปใช้กับข้อ 3.1 จงหาสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง R , R_0 , h และค่าคงตัวที่เกี่ยวข้อง

[1.0 คะแนน]

- 3.4) สมการในข้อ 3.3 ไม่สามารถนำมาแก้สมการเพื่อหารัศมี R ที่ระยะ h ต่างๆ ได้โดยตรง แต่สามารถใช้การประมาณ $R = R_1 + \Delta R$ ในการหาคำตอบได้ โดย R_1 เป็นรัศมีที่ระยะ h ที่คำนวณได้ในข้อ 3.1 และประมาณว่า $\Delta R \ll R_1$ จงหาค่าของ ΔR ที่ระยะ h ให้ใช้การประมาณ $(1+x)^n \approx 1+nx$ เมื่อ $x \ll 1$

[1.0 คะแนน]



- 3.5) เมื่อน้ำเคลื่อนที่ลงมาได้ระยะ 10 cm จงคำนวณหารัศมี R_1 และ ΔR [0.5 คะแนน]

เมื่อน้ำเคลื่อนที่มาได้ระยะทางขนาดหนึ่ง ลำน้ำจะเริ่มแตกตัวเป็นหยดน้ำเนื่องมาจากความไม่เสถียร และเนื่องจากความไม่สมมาตรต่างๆ ที่ทำให้น้ำบริเวณปลายด้านล่างคอยด์ลงจนหลุดเป็นหยดน้ำ จากการศึกษาทฤษฎีของความไม่เสถียร (Instability) โดย Plateau และ Rayleigh พบว่าน้ำจะแตกตัวเป็นหยดหลังจากเวลาผ่านไปประมาณ $2.91 \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\gamma}}$

- 3.6) น้ำเคลื่อนที่เป็นระยะทางเท่าใดก่อนจะเริ่มแตกตัวเป็นหยดน้ำ โดยให้ใช้เวลาตามผลการศึกษาของ Plateau และ Rayleigh [0.5 คะแนน]

Plateau และ Rayleigh พบว่า ลำน้ำทรงกระบอกด้านล่างที่แตกออกเป็นหยดมีความยาวของทรงกระบอกเฉลี่ยประมาณ $9.1R$ อย่างไรก็ตามการคำนวณโดยวิธีของ Plateau และ Rayleigh นั้นยุ่งยากและซับซ้อน ในที่นี้เราจะคำนวณอย่างคร่าวๆ โดยใช้หลักการอนุรักษ์พลังงาน ให้สมมติว่าหลังจากทรงกระบอกของน้ำหลุดออกมาแล้วจะหดตัวเป็นทรงกลมทันทีและเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าเดิม
คำแนะนำ พลังงานเนื่องจากความตึงผิวแปรผันตรงกับพื้นที่ผิว

- 3.7) จงประมาณหาความยาวของทรงกระบอกที่หลุดออกมาและเปรียบเทียบกับผลที่ได้โดย Plateau และ Rayleigh ว่าต่างกันกี่เท่า และจงหาว่ารัศมีของทรงกลม มีขนาดเป็นกี่เท่าของรัศมีทรงกระบอกของน้ำ [2.0 คะแนน]