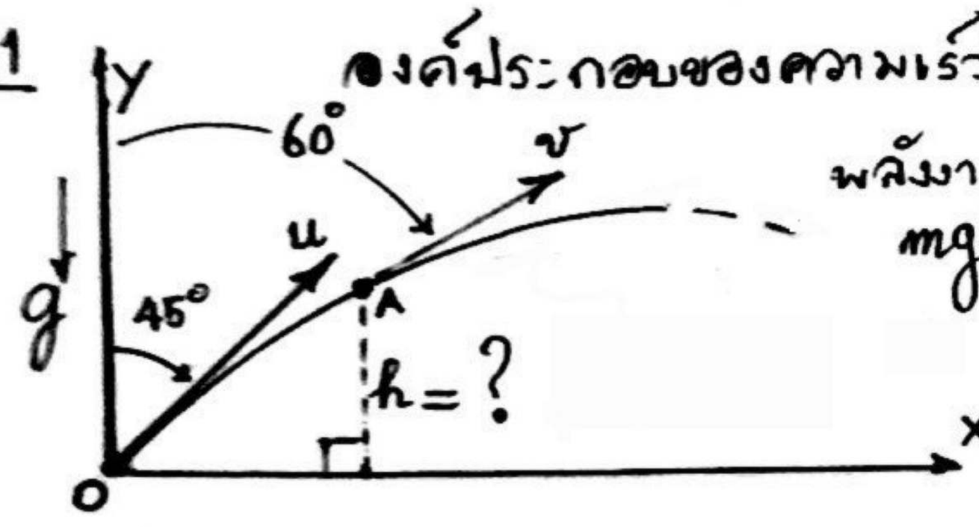
# เฉลยข้อสอบฟิสิกส์ ค่าย 1 สอวน ปี 2568

(สอบวันอาทิตย์ 31 ส.ค. '68) เปิดเผยหลังการสอบ

**ข้อ 1**




องค์ประกอบของความเร็วในแนวระดับไม่เปลี่ยนแปลง

$$v\sin 60^\circ = u\sin 45^\circ \quad \text{——(1)}$$

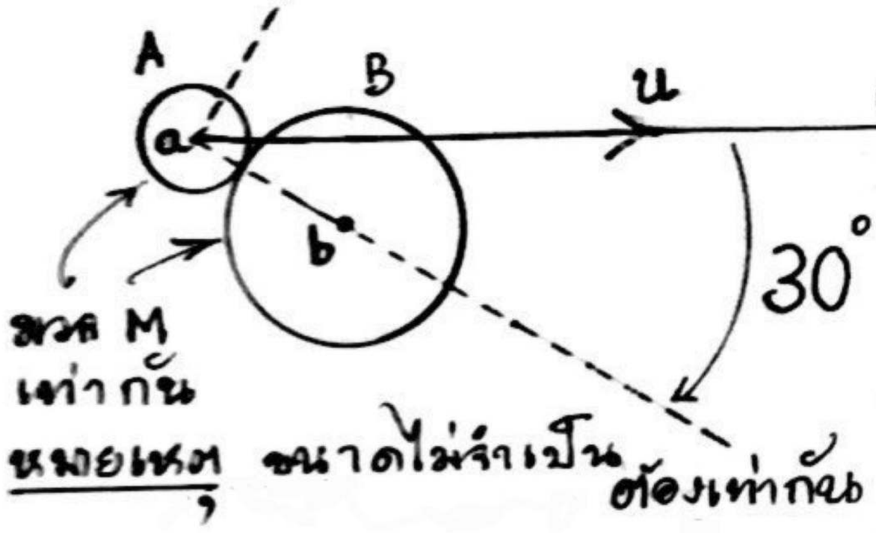
พลังงานต้องอนุรักษ์

$$mgh + \frac{1}{2}m(v\cos 60^\circ)^2 = \frac{1}{2}m(u\cos 45^\circ)^2 \quad \text{——(2)}$$

แก้ (1) ได้ $v = \frac{2}{\sqrt{6}}u$ แล้วแทนใน (2) ได้

$$h = \frac{u^2}{6g} \quad \text{ตอบ}$$

**ข้อ 2**

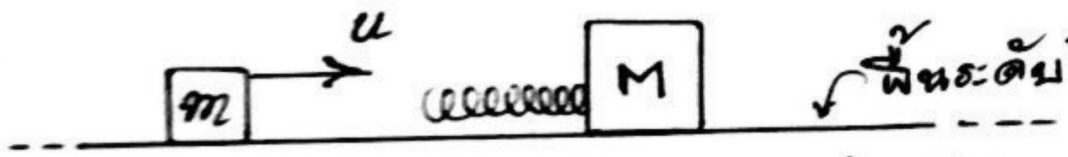



องค์ประกอบของ $\vec{u}$ ในแนว $\vec{ab}$ จะกลายเป็น $\vec{0}$ หลังชน

องค์ประกอบของความเร็วของ A ในแนวตั้งฉากกับทิศทาง $\vec{ab}$ ก่อนชนอย่างยืดหยุ่น คือ $u\sin 30^\circ = \frac{u}{2}$ นั้นจะไม่เปลี่ยนแปลง ตอบ $\frac{u}{2}$

หมายเหตุ ขนาดไม่จำเป็นต้องเท่ากัน

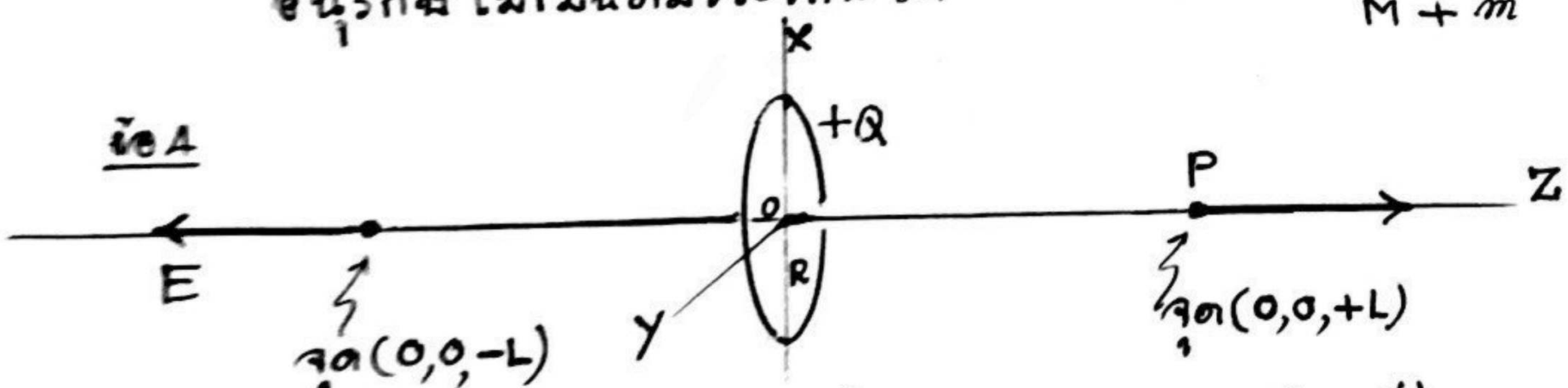
**ข้อ 3**




m เข้าใกล้ M มากสุดเมื่อทั้งคู่เคลื่อนที่เร็ว v เท่ากัน และโดยหลักอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้นได้

$$v = \frac{mu}{M+m} \quad \text{ตอบ}$$

**ข้อ 4**



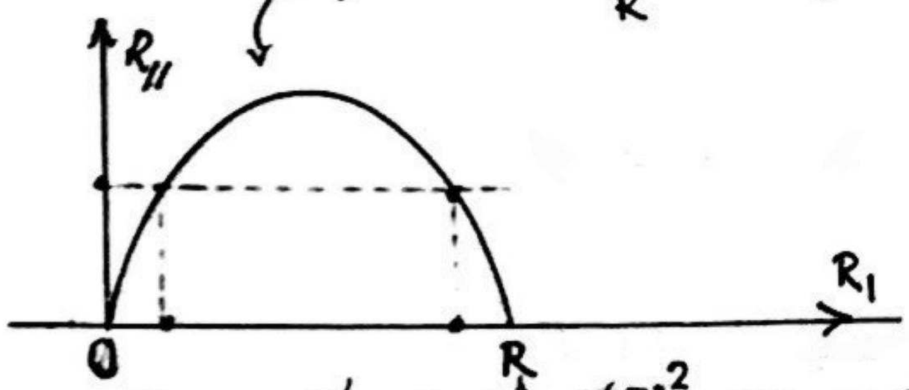

สนามไฟฟ้าลัพธ์บนแนวแกน Z ที่ไม่มีองค์ประกอบตั้งฉากกับแกน Z เหลือเลย

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QL}{(L^2+R^2)^{3/2}},$$ ทิศทางชี้ไปทางซ้ายมือ ตอบ

**ข้อ 5** ถ้าวงลวดในข้อ 4 หมุนรอบแกน Z ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม $\omega$ ในระนาบ XOY จะได้กระแสไฟฟ้าตามแนวลวดมีขนาดเท่ากับ $\frac{\omega}{2\pi}Q$ ตอบ

**ข้อ 6** กระแสไฟฟ้าในข้อ 5 จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก (magnetic flux density) B ที่จุด O มีขนาด $B = \frac{\mu_0}{2R}\frac{\omega Q}{2\pi} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\omega Q}{R}$ ตอบ

**ข้อ 7** (ดูหมายเหตุท้ายหน้า 5) แม่ง R ออกเป็น $R_1$ กับ $(R-R_1)$ แล้วนำมาต่อขนานกันได้ความต้านทาน รวมเป็น $R_{\parallel} = \frac{R_1(R-R_1)}{R}$ , นั่นคือ $R_1^2 - RR_1 + RR_{\parallel} = 0$

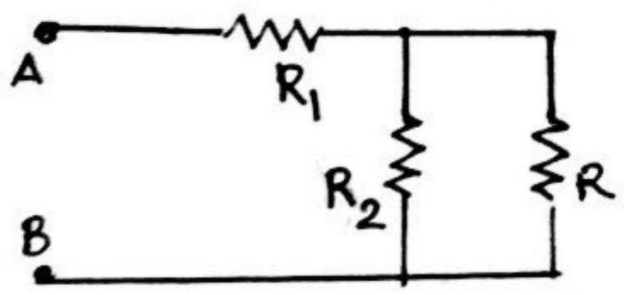



กราฟนี้บ่งว่าสำหรับค่า $R_{\parallel}$ ค่าหนึ่งนั้นได้มาจากค่า $R_1$ สองค่า และ $R_{\parallel}$ ใดๆ ค่าสองค่านี้เท่ากัน

$$R_1 = \frac{R}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - RR_{\parallel}}$$

ดังนั้น $R_{\parallel}$ ใดๆ ต้องเป็น $\left(\frac{R}{2}\right)^2 - RR_{\parallel} = 0$ , $\therefore R_{\parallel}$ ใดๆ $= \frac{1}{4}R$ **ตอบ**

**ข้อ 8**



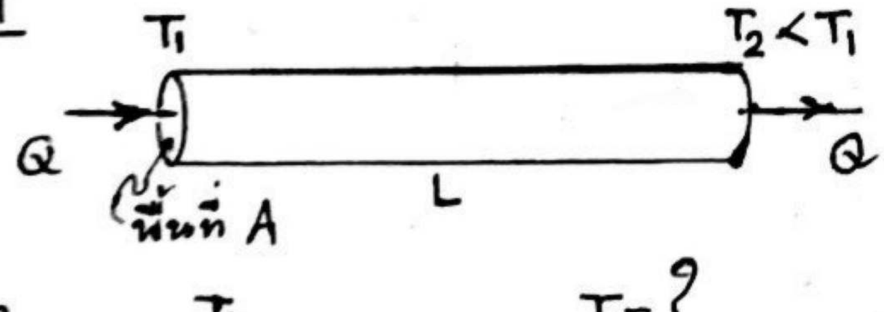

$R_{AB} = R_1 + \frac{RR_2}{R+R_2}$ ต้องเท่ากับ R ตามที่โจทย์ต้องการ

ดังนั้น $R^2 - R_1R - R_1R_2 = 0$ , และ

$$R = \frac{R_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{R_1}{2}\right)^2 + R_1R_2}$$

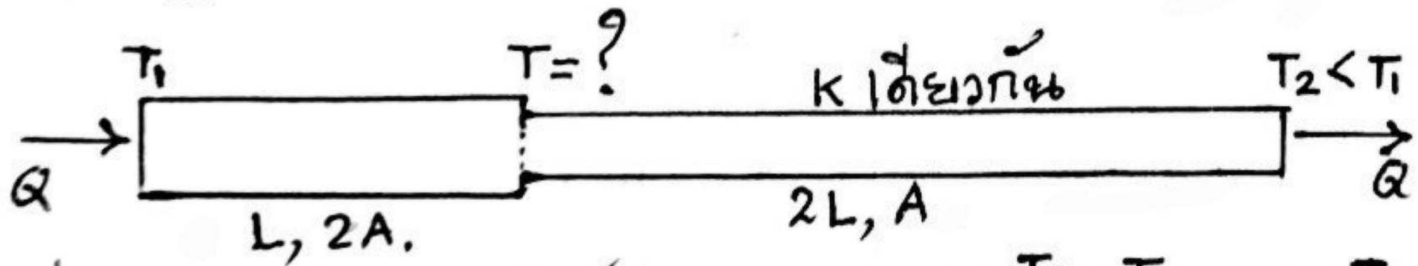
**ตอบ**

**ข้อ 9**




$Q = AK\frac{T_1 - T_2}{L}$ , $\mathcal{R} = \frac{L}{AK}$ **ตอบ**

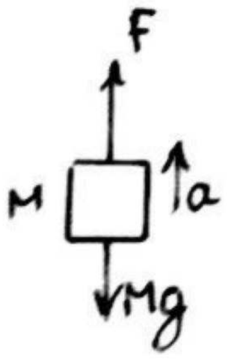
**ข้อ 10**




ที่สภาวะคงที่แล้วเราได้ $Q = 2AK\frac{T_1 - T}{L} = AK\frac{T - T_2}{2L}$

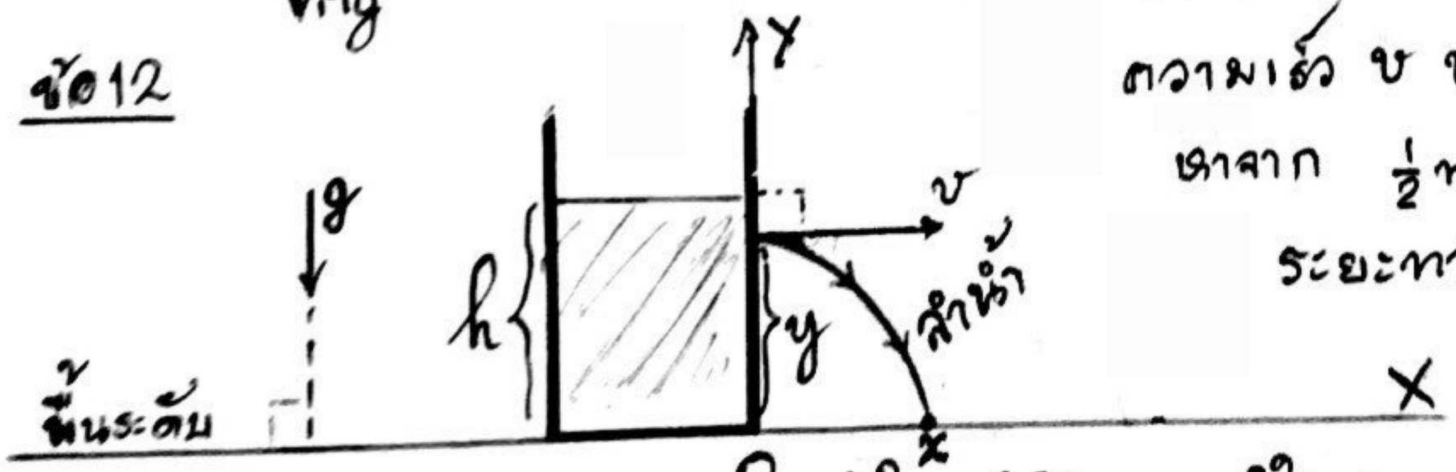
ดังนั้น $T = \frac{4T_1 + T_2}{5} = T_1 - \frac{1}{5}(T_1 - T_2)$ **ตอบ**

**ข้อ 11**




พิจารณารูปได้ $Ma = F - Mg$ , บ่งว่า M เสมือนอยู่ภายใต้สนามความโน้มถ่วงสัมพัทธ์ มีค่าความเร่งโน้มถ่วงสัมพัทธ์เป็น $g+a$ ดังนั้นที่ก้นถังน้ำจึงมีค่าความดันน้ำเป็น $\rho(g+a)h + P_a$ **ตอบ**

**ข้อ 12**




ความเร็ว v ของลำน้ำที่พุ่งออกมาจากรูข้างนั้น หาจาก $\frac{1}{2}mv^2 = mg(h-y)$

ระยะทาง $x = vt$, ซึ่ง $\frac{1}{2}gt^2 = y$

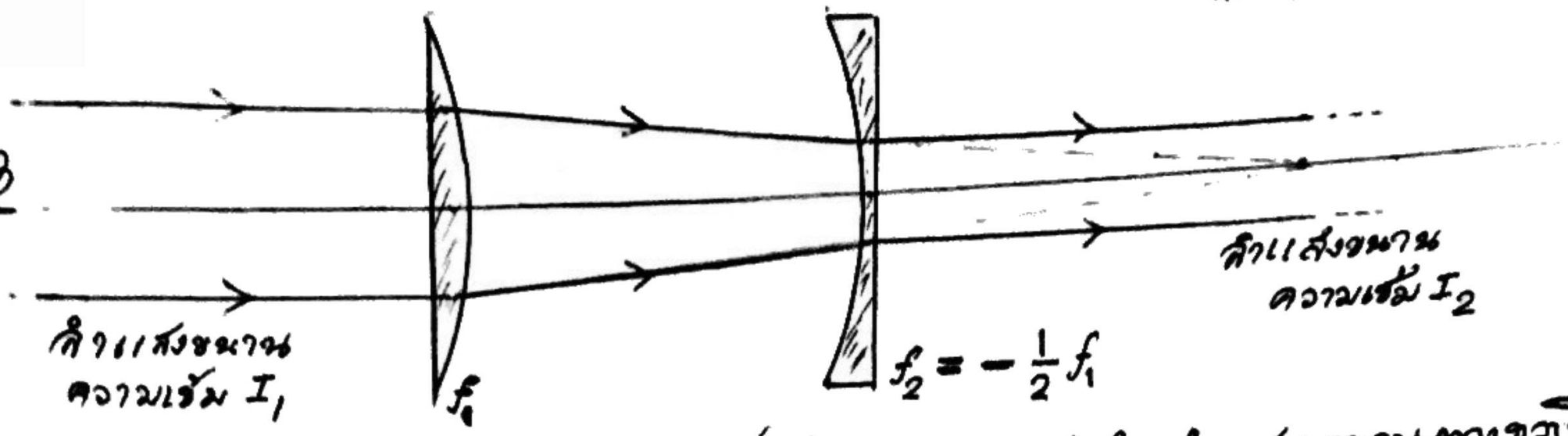
ดังนั้น $x^2 = 4hy - 4y^2$ , แล้วเขียนเป็น

$$x^2 = -4\left\{y^2 - 2\left(\frac{h}{2}\right)y + \left(\frac{h}{2}\right)^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2\right\} = h^2 - 4\left(y - \frac{h}{2}\right)^2$$

สังเกตว่า ผลนี้บ่งว่าลำน้ำพุ่งไปไกลสุดเป็นระยะทาง h บนพื้นวัดจาก O เมื่อเจาะรูเล็กๆ ที่ความสูง $y = \frac{h}{2}$

**ตอบ** พลังที่ต้องการคือ $\left(y - \frac{h}{2}\right)$

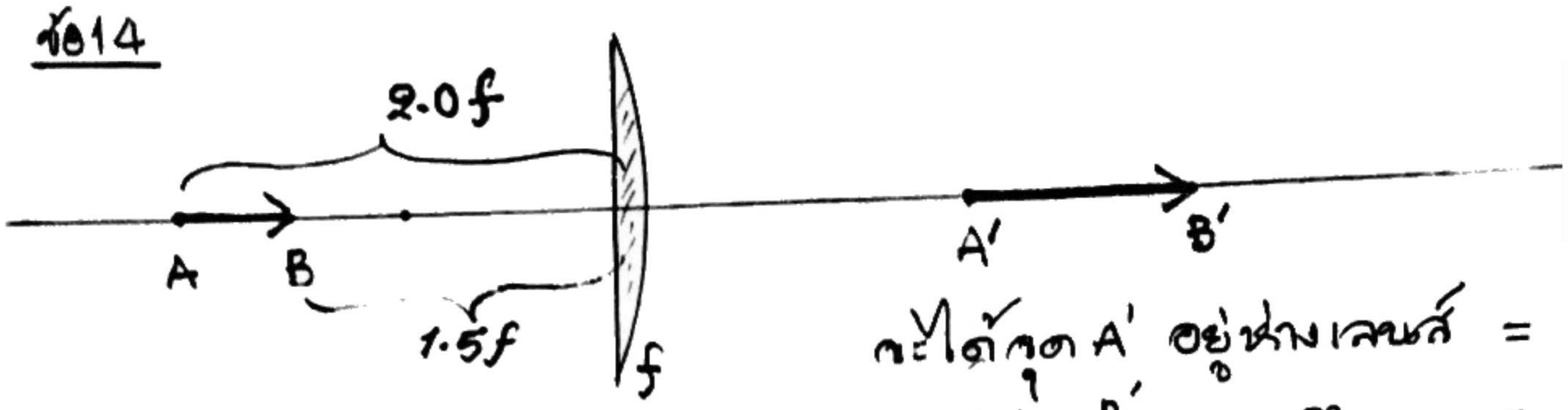
ข้อ 13




เลนส์เว้าต้องอยู่ห่างจากเลนส์นูนเป็นระยะทาง $\frac{1}{2}f_1$ ลำแสงขนานทางขวามีอีกหนึ่งรัศมีเพียงครึ่งหนึ่งของลำแสงขนานทางซ้ายมือ

ตอบ $\frac{I_2}{I_1} = 4$ เท่า

ข้อ 14




ระยะจาก A' อยู่ห่างเลนส์ = 2.0f
" B' " " = 3.0f

ดังนั้น $\frac{A'B'}{AB} = \frac{(3.0-2.0)f}{(2.0-1.5)f} = 2$ เท่า ตอบ

ข้อ 15 เส้นลวดทำด้วยยาง ยาว $l$ รัศมี $r$ → รูป ก. → เส้นยางเมื่อถูกดึงให้ยืดขึ้น ยาว $l+\delta l$, รัศมี $r-\delta r$, $\delta r$ เป็นค่าบวก. ← รูป ข.

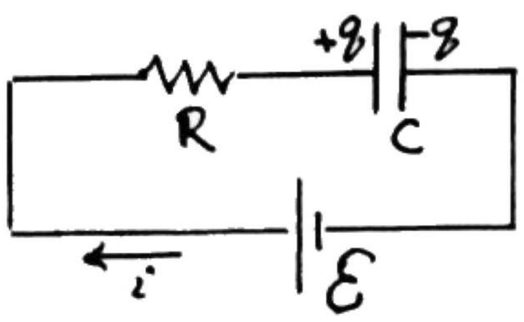
ปริมาตรของเส้นลวดใน ก. คือ $\pi r^2 l$

" " " ข. " $\pi(r-\delta r)^2(l+\delta l) = \pi(r^2 - 2r\delta r + \delta r^2)(l+\delta l)$
$\approx \pi(r^2 l + r^2\delta l - 2rl\delta r)$

ปริมาตรเปลี่ยนไป $\delta V \approx \pi(r^2\delta l - 2rl\delta r)$ ซึ่งโจทย์กำหนดให้ว่า $2l\delta r = r\delta l$

ดังนั้น $\delta V \approx 0$ ตอบ

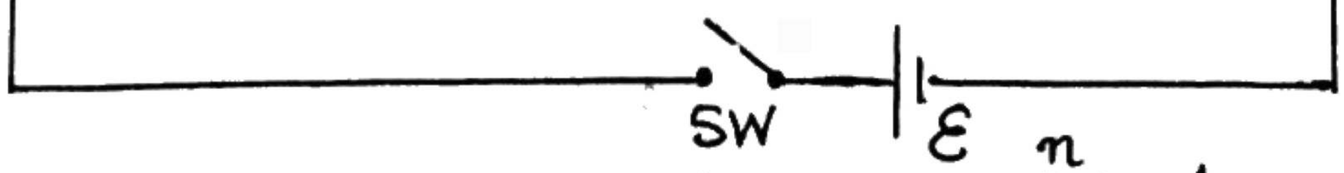
ข้อ 16




หลักการอนุรักษ์พลังงานให้ $i^2 R\delta t + \frac{q}{C}\delta q = \mathcal{E}\delta q$

ดังนั้น $\left(i^2 R + \frac{q}{C}i\right) = \mathcal{E} i$ ตอบ

ข้อ 17 (ดูหมายเหตุท้ายหน้า 5)



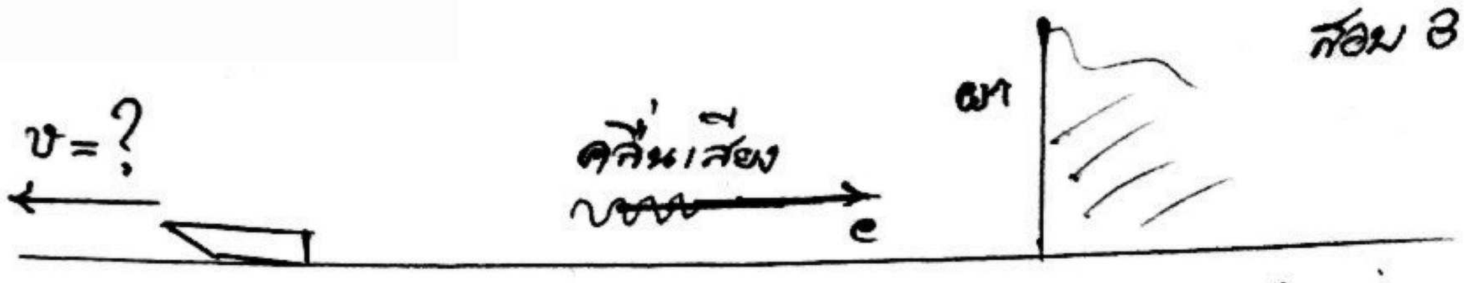

เป็นที่เข้าใจว่าเมื่อแรกเริ่มนั้นประจุในตัวเก็บเป็นศูนย์

ความจุรวม $C_{รวม}$ หาจาก $\frac{1}{C_{รวม}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(i)^2 C_1} = \frac{1}{C_1}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i^2}$

$\frac{1}{C_{รวม}} \approx \frac{1}{C_1}\frac{\pi^2}{6}$ เมื่อ $n$ ใดๆ, $C_{รวม} \approx \frac{6}{\pi^2}C_1$.

ขนาดของประจุไฟฟ้าใน $C_i$ เท่ากันกับในตัวอื่นและเท่ากับ $C_{รวม}\mathcal{E} \approx \frac{6C_1\mathcal{E}}{\pi^2}$ ตอบ

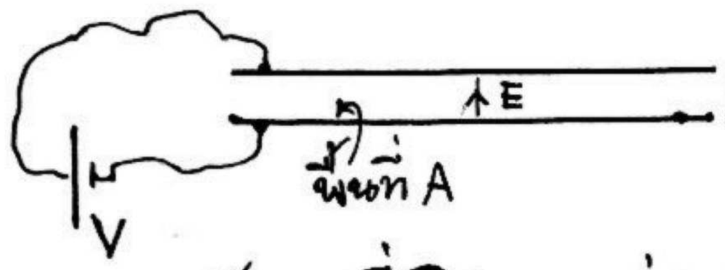
ข้อ 18




เรือแล่นออกจากหน้าผาที่จังหวะ $t=0$ ด้วยความเร็วคงที่ $v$
ต่อมาที่เวลา $t=t_1$ เรือเปิดหวูดสั้นๆ และได้ยินเสียงสะท้อนกลับเมื่อ $t=t_1+\tau$

ดังนั้น $2vt_1 + v\tau = c\tau$, $\quad v = \dfrac{c\tau}{2t_1+\tau}$ ตอบ

ข้อ 19



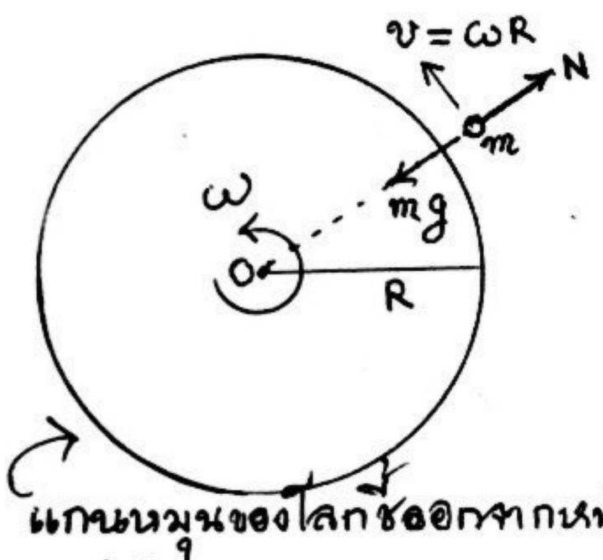

สนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นคือ $E = \dfrac{V}{d}$
ซึ่งครึ่งหนึ่งมาจากประจุบวกกับอีกครึ่งมาจากลบ

สนามที่ผิวของแผ่นบวกจึงเท่ากับ $\dfrac{E}{2} = \dfrac{V}{2d}$ ชี้ขึ้น

ปริมาณของประจุบวกที่ผิวแผ่นล่างคือ $q = CV = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d} V$

ดังนั้นแรงที่แผ่นล่างถูกดูดขึ้นคือ $q\cdot\dfrac{E}{2} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 A\left(\dfrac{V}{d}\right)^2$ ตอบ

ข้อ 20




ที่จุดใกล้ผิวโลก มวล $m$ ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุม $\omega$
เท่ากับที่โลกหมุนรอบตัวเอง $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$
ในรูปนี้ N เป็น REACTION FORCE ที่ผิวโลกทำต่อ $m$ ที่วางนิ่ง
บนผิวโลก ดังนั้น $mg - N = m\omega^2 R$, $N = mg - m\omega^2 R$
ดังนั้นที่แถบศูนย์สูตร $g = g_0 - \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 R$ ตอบ
($g_0$ ขั้วโลก)

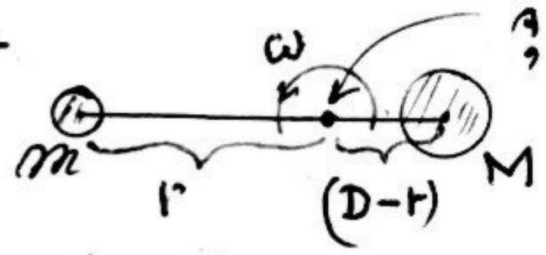
ข้อ 21 (ไม่ใช้เครื่องคิดเลข)

อ้างถึงข้อ 20. กำหนดให้ $g_0 = 9.83\ m\,s^{-2}$, $R = 6370\ km = 6.37\times10^6\ m$.
และ $T = 23$ ชั่วโมง $56$ นาที $= 86160\ s$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = \left(\frac{2\times3.14159..}{86160}\right)^2 \times 6.37\times10^6 \approx \left(\frac{6.283}{0.8616}\times10^{-5}\right)^2 \times 6.37\times10^6 \approx 53.1\times637\times10^{-4}$$
$$\approx 0.0338\ m\,s^{-2}$$

ดังนั้น $g \approx 9.83 - 0.034 \approx$ 9.80 $m\,s^{-2}$ ตอบ

ข้อ 22

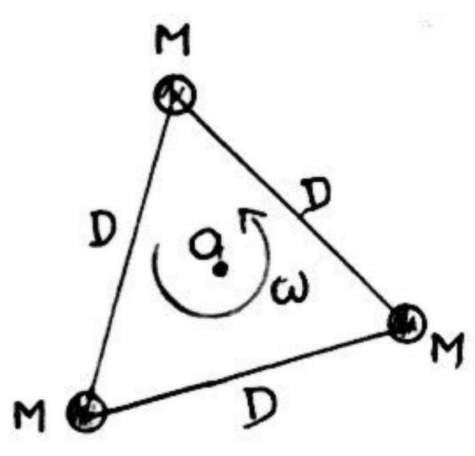



จุดศูนย์กลางมวลของระบบ, ทั้ง $m$ และ $M$ โคจรรอบจุดนี้ด้วยความเร็วเชิงมุม $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ ซึ่ง $T$ เป็นคาบ.

เราได้ $m\omega^2 r = \dfrac{GMm}{D^2} = M\omega^2(D-r)$

ดังนั้น $\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 = \dfrac{G(M+m)}{D^3}$, $\quad T = 2\pi\left\{\dfrac{D^3}{G(M+m)}\right\}^{\frac{1}{2}}$ ตอบ

ข้อ 23




จุด O เป็นจุดศูนย์กลางมวลของระบบ
ระยะทาง $OM = \dfrac{D}{\sqrt{3}}$, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ เป็นความเร็วเชิงมุม.
เราได้ $M\omega^2\dfrac{D}{\sqrt{3}} = 2\dfrac{GMM}{D^2}\cos 30^\circ$

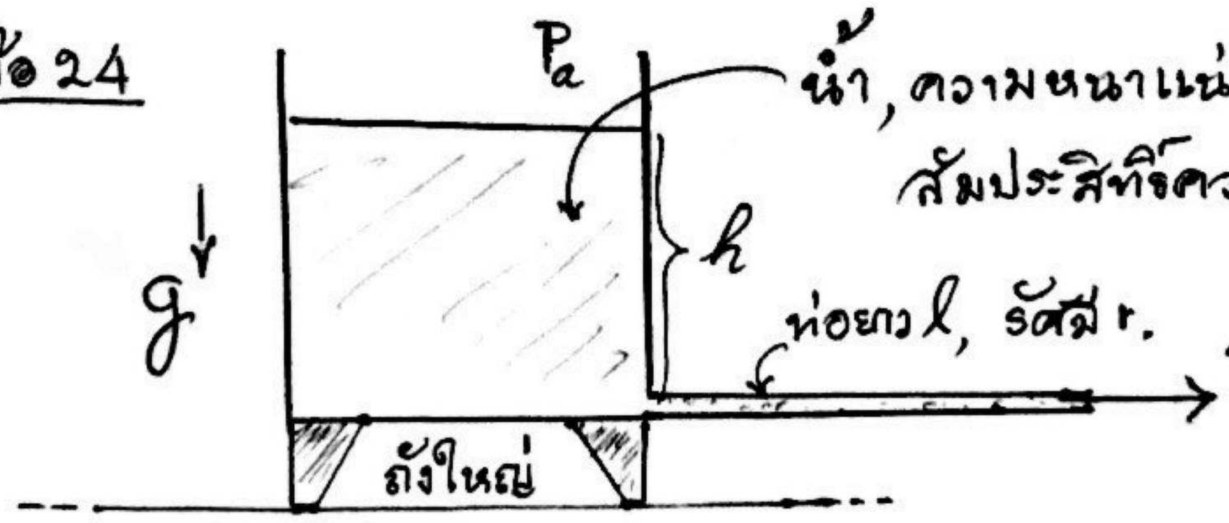
$$T = 2\pi\left\{\frac{D^3}{3GM}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

ตอบ

เฉลยข้อสอบคัดเลือกเข้าค่ายสอวน 1
สอบ 31 มีนาคม '68

5/5

ข้อ 24

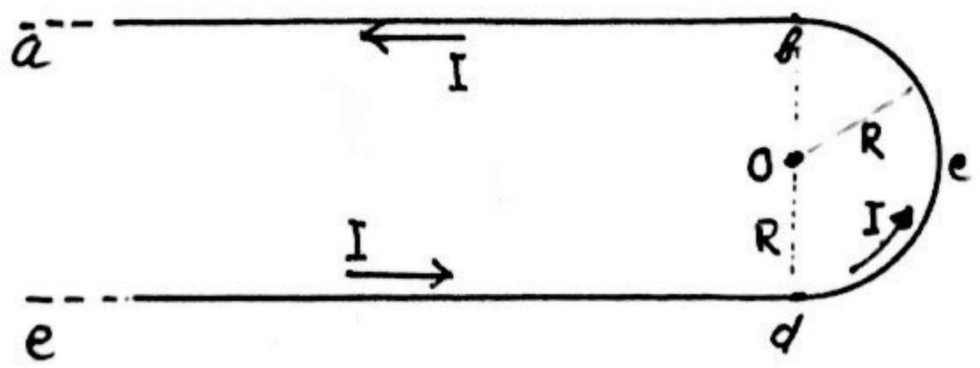



ปริมาณของน้ำที่ไหลออกจากปลายท่อคือ $Q = \pi r^2 v$ ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที

Poiseuille's law ให้ว่า $Q = \dfrac{\{(P_a + \rho g h) - P_a\}\pi r^4}{8\eta l}$

ดังนั้น $v = \dfrac{\rho g h r^2}{8\eta l}$ ตอบ

ข้อ 25




กระแส I ในเส้นลวด ba ซึ่งยาวไปถึงอนันต์นั้นให้สนามแม่เหล็กที่จุด O เท่ากับครึ่งหนึ่งของ $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ มีทิศชี้ออกจากหน้ากระดาษ

กระแส I ในลวด ed ก็ให้สนามครึ่งหนึ่งของ $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ และทิศทางชี้ออกเช่นกัน

ส่วนกระแส I ตามแนวครึ่งวงกลม dcb ให้สนามที่จุด O ครึ่งหนึ่งของ $\dfrac{\mu_0 I}{2R}$ และทิศทางชี้ออกจากหน้ากระดาษเช่นกัน ดังนั้นสนามลัพธ์ที่ O คือ

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{4R} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}(2+\pi)$$ ตอบ

---

หมายเหตุ กรณีข้อ 7 การหาค่าโตสุดของ $R_{//} = \dfrac{R_1(R-R_1)}{R}$ โดย,

การแปรค่า $R_1$ เราอาจหาโดยพิจารณาว่า

$$R_{//} = -\frac{1}{R}\left(R_1^2 - RR_1\right) = -\frac{1}{R}\left\{R_1^2 - 2\frac{R}{2}R_1 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2\right\}$$

$$= +\frac{1}{R}\left\{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \left(R_1 - \frac{R}{2}\right)^2\right\}$$ ซึ่งบ่งว่า $R_{//}$ มีค่าโตสุดเป็น $\dfrac{R}{4}$ เมื่อ $R_1 = \dfrac{R}{2}$.

อนึ่ง, เราจะยังไม่ใช้แคลคูลัสในการสอบคัดเลือก นักเรียนบางคนอาจใช้ บางคนอาจใช้เหตุผลลองความสมมาตร ...

ข้อ 17 $\zeta(2) = \dfrac{1}{1^2} + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{3^2} + \dfrac{1}{4^2} + \cdots\cdots = \dfrac{\pi^2}{6}$ ค่านี้ยากมาก (เป็น Riemann Zeta function อันหนึ่ง. ใช้โดยการวิเคราะห์เรื่องตัวแปรเชิงซ้อน ค่าของ $\zeta(p)$ ค่านิยม Zeta(p) $\equiv 1 + \dfrac{1}{2^p} + \dfrac{1}{3^p} + \dfrac{1}{4^p} + \cdots\cdots$ ถึงอนันต์.