กระดาษคำตอบ

ชื่อ-สกุล ..... เลขประจำตัวสอบ .....

สถานที่สอบ ..... ห้องสอบ .....

ตอนที่ 1 ให้ทำเครื่องหมาย X ลงในตัวเลือกที่ถูกต้อง

ข้อที่	ตัวเลือก			
	1	2	3	4
1				X
2	X			
3		X		
4				X
5				X
6				X
7		X		
8		X		
9			X	
10		X		

ข้อที่	ตัวเลือก			
	1	2	3	4
11	X			
12	X			
13		X		
14			X	
15	X			
16		X		
17			X	
18		X		
19		X		
20				X

ตอนที่ 2

21. $F =$ λv^2

22. KE = $\frac{1}{2}\frac{GMm}{R}$

23. $KE_M =$ $\frac{m}{M}E$

24. $V \approx$ 2490 (ยอมรับค่า 2480 → 2500 cm^3)

25. $\frac{M}{m} =$ $(\sqrt{2}+1)$ ซึ่งคือค่าเดียวกันกับ $\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)$

26. $KE_m =$ $\frac{\left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 D}}{\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2}$

27. $F =$ $\frac{\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2}{d}$

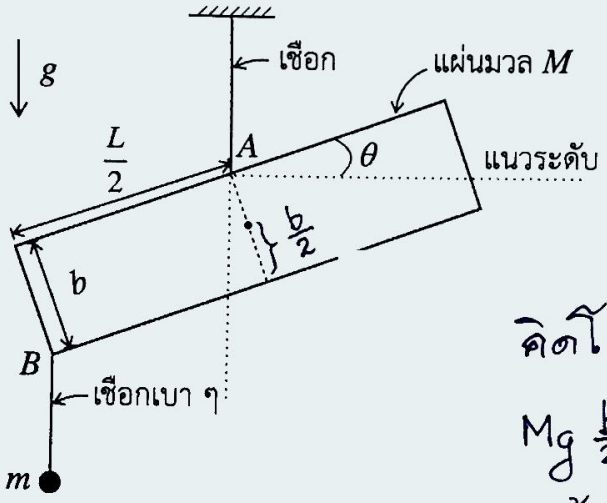
กระดาษคำตอบ

ชื่อ-สกุล ..... เลขประจำตัวสอบ .....

สถานที่สอบ ..... ห้องสอบ .....

ตอนที่ 3 สำหรับข้อ 28. ให้แสดงวิธีทำในหน้านี้เลย

28. แผ่นสี่เหลี่ยมมุมฉากมวล M หนาสม่ำเสมอยาว L กว้าง b จุด A เป็นจุดกึ่งกลางของขอบบน จุด B อยู่ที่มุมปลายล่าง ถูกแขวนไว้ด้วยเชือกจากจุด A ต่อมา เอามวล m ไปห้อยจากจุด B ทำให้แผ่นนี้เอียงทำมุม θ กับแนวระดับ จงหาค่าของ $\tan\theta$ ในรูปของ M, m, L และ b



คิดโมเมนต์รอบจุด A ของแรง Mg กับ mg

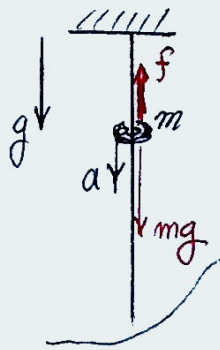
$$Mg\frac{b}{2}\sin\theta = mg\left\{\frac{L}{2}\cos\theta - b\sin\theta\right\}$$

แล้วจัดรูปใหม่จะได้

$$\tan\theta = \frac{L}{2b\left(1+\frac{M}{2m}\right)} = \frac{L/b}{\left(2+\frac{M}{m}\right)}$$

โอลิมปิกวิชาการ 2566 (เข้าค่าย 1 สอวน)

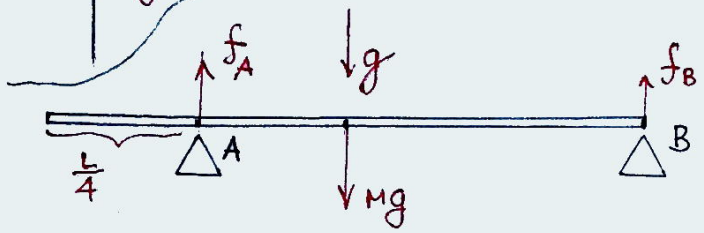
ข้อ 1



$$ma = mg - f$$

$$\therefore f = m\cdot(g-a)$$

ข้อ 2



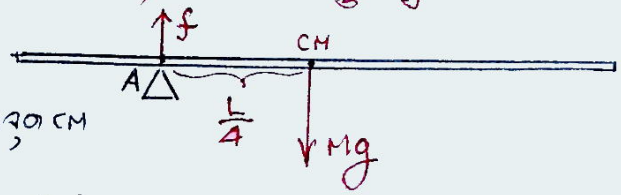
จากรูป $f_A + f_B = Mg$ ——(1)

$f_A \frac{L}{4} = f_B \frac{L}{2}$ ——(2)

} แก้ได้ $f_A = \frac{2}{3}Mg$, $f_B = \frac{1}{3}Mg$.

ตอบ ข้อ ① $\frac{4}{7}Mg$ เพราะโจทย์เน้นว่ารับเบาลง, เบาลงกว่า $\frac{2}{3}Mg$.

หมายเหตุ เลข $\frac{4}{7}Mg$ มาจากไหน?



พิจารณารูปขวามือ ซึ่งสมมติว่าจุด CM กำลังตกด้วยความเร่ง a

$\therefore Ma = Mg - f$ ——(3)

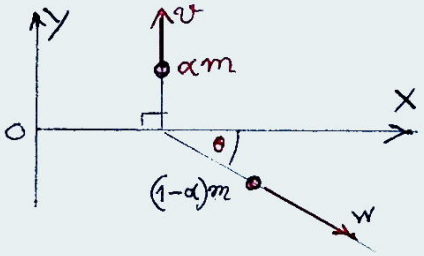
ก่อนกลับหมุนรอบจุด CM ด้วยความเร่งเชิงมุม $\Omega = \frac{a}{L/4} = \frac{4a}{L}$

$\therefore I_{CM}\Omega = +f\frac{L}{4}$ ——(4), ซึ่ง $I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$

แก้ (3) & (4) ได้ $a = \frac{3}{7}g$, $f = \frac{4}{7}Mg$.

นักเรียนบางคน ไม่สนคำแนะนำ ไม่อ่านคำชี้แจง

ข้อ 3



สมมติให้ชิ้น $(1-\alpha)m$ เคลื่อนที่เร็ว w ในทิศทำมุม θ กับแกน OX

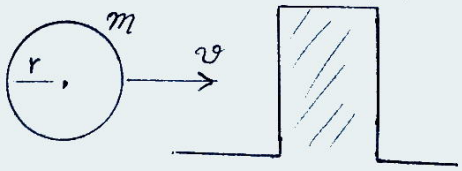
หลักอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้นให้ผลว่า:

$(1-\alpha)mw\sin\theta = \alpha mv$ ——(1)

$(1-\alpha)mw\cos\theta = mu$ ——(2)

$\therefore \tan\theta = \frac{\alpha v}{u}$ ตอบ ②

ข้อ 4



นับตั้งแต่ก้อนน้ำเริ่มแตะ กำแพงจนสิ้นสุดกำแพงใช้เวลาประมาณ $\frac{2r}{v}$

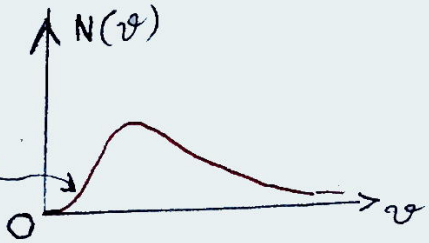
ทำให้โมเมนตัมเชิงเส้นของก้อนน้ำซึ่งคือ mv นั้นกลายเป็นศูนย์ในแนวราบ ดังนั้นแรงปฏิกิริยาเฉลี่ยที่กำแพงกระทำต่อก้อนน้ำคือ $f \approx \frac{mv}{2r/v} \approx \frac{\frac{1}{2}mv^2}{r}$ ตอบ ④

ข้อ5 สเปคตรัมของอัตราเร็ว

พิจารณาฟังก์ชัน $N(v) = Av^2 e^{-\frac{Bv^2}{T}}$

กรณี $v \approx 0$ จะได้ $N(v) \approx Av^2 \cdot \{1 - \frac{Bv^2}{T}\} \approx Av^2$

เป็นเสี้ยวของรูปพาราโบลา



กรณี $v \to \infty$ จะได้ $N(v) \approx 0$

ดังนั้นกราฟของ $N(v)$ ต้องเว้าขึ้นเข้าหาค่าสูงสุดแล้วลง $\to 0$ ตอบ ④

ข้อ6 เมื่อ M กวาดไปแล้ว N ตัวของ m ติดกันไป มวลของมันก็จะเป็น $M+Nm$

หลักอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้นให้ผลว่า มันมีความเร็ว $v = \frac{Mu}{M+Nm}$ ตอบ ④

ข้อ7 เราอาจมองว่า แรงดัน บนพื้นที่ $1\ m^2$ ของผิวโลก $= P \times 1m^2 = 10^5\ N.$

แรงนี้เท่ากับน้ำหนักของของโมเลกุลจำนวน n ตัว $n = \frac{10^5 N}{5\times10^{-26} kg \times 10\ m/s^2}$

ดังนั้นจำนวนโมเลกุลทั้งหมดในบรรยากาศของโลกคือ

$4\pi R^2 \cdot n \approx 4\pi \times (6\times10^6\ m)^2 \times \frac{10^{30}}{5} \approx 90\times10^{42} \approx 10^{44}$ ตอบ ②

ข้อ8

$I_{รูปก} = \frac{1}{2}\frac{\mathcal{E}}{r+\frac{1}{2}R} = \frac{\mathcal{E}}{2r+R}$

$I_{รูปข} = \frac{\mathcal{E}}{r+x}$

ถ้าจะให้ $I_{รูปข} = I_{รูปก}$ จะต้องจัดให้

$x = r+R$ ตอบ ②

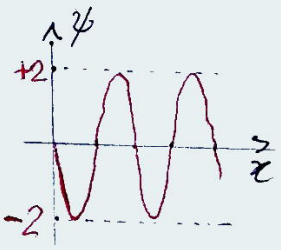
ข้อ9

$\psi_1(x,t) \equiv \sin(x-t) = \sin x\cos t - \cos x \sin t$

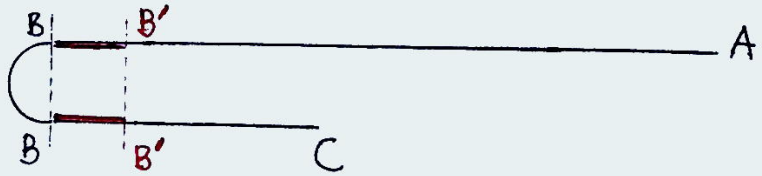
$\psi_2(x,t) \equiv \sin(x+t) = \sin x\cos t + \cos x \sin t$

$\psi(x,t) \equiv \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t) = 2\sin x\cos t$

ซึ่งที่เวลา $t = \pi$ จะได้ $\psi(x,\pi) = -2\sin x$ ตอบ ③



ข้อ10



สังเกตว่าเมื่อเลื่อนเปลี่ยนจากตำแหน่ง BB ไปเป็น B'B' นั้น เส้น AB สั้นลงเพียงเท่ากับ BB' แต่ CB ยาวขึ้น 2(BB')

ดังนั้นถ้าจุด B มีความเร็ว u และจุด C จะมีความเร็ว 2u

ตอบ ②

28.7.66

3/7

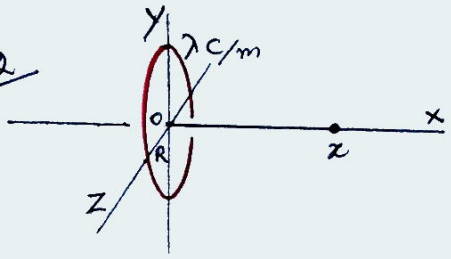
ข้อ 11

ความหนาแน่นของน้ำแข็งเป็น $0.92\ g/cm^3$

ดังนั้นน้ำแข็ง m g จึงมีปริมาตรเป็น $\frac{m}{0.92}\ cm^3$ ซึ่งเมื่อกลายเป็นน้ำแล้วมวล m กรัม จึงลอยในน้ำและแทนที่น้ำเป็นปริมาตร $\frac{m}{1\ g/cm^3} = m\ cm^3$ ดังนั้นเมื่อก้อนน้ำแข็งละลายหมดกลายเป็นน้ำแล้วปริมาตรเท่ากันกับที่น้ำแข็งเคยแทนที่

ตอบ ระดับน้ำในถ้วยไม่เปลี่ยนแปลง ①

ข้อ 12

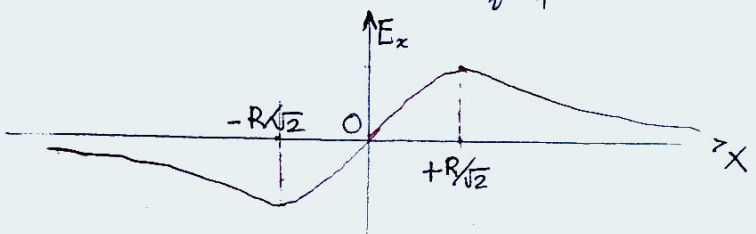


$$E_x(x,0,0) = \frac{2\pi R\lambda\ x}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}$$

แสดงว่า $E_x = 0$ ที่ $x = 0$ และที่ $x \to \pm\infty$

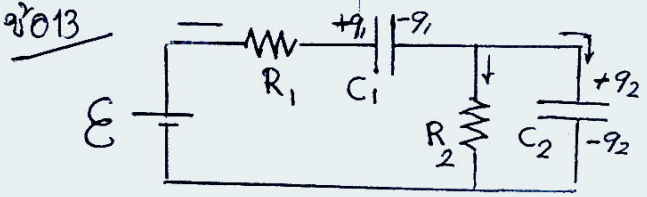
E_x ชี้ไปทางขวาเมื่อ $x>0$, ชี้ซ้ายเมื่อ $x<0$

ขนาดของ E_x มีค่าสูงสุดที่ตำแหน่งที่ $\frac{d}{dx}E_x = 0$ นั่นคือที่ $x = \pm\frac{R}{\sqrt{2}}$.



ตอบ ①

ข้อ 13



ที่ขณะ $t=0$ กระแสที่ไหลผ่าน R_1 ไปอัดประจุเข้า C_1 มีค่า $\frac{\mathcal{E}}{R_1}$ ซึ่งไม่ไหลผ่าน R_2 แต่เข้าไปที่ C_2 ทั้งหมด เพราะ $V_{C_2} = 0$ อยู่.

ความเข้าใจทางฟิสิกส์ทำให้ตอบข้อนี้ได้โดยไม่จำเป็นต้องใช้แคลคูลัส

ที่ขณะ $t = 0^+$ กระแสที่อัด C_1 จึงผ่านทั้ง R_1, R_2 และ C_2 ทำให้มีประจุใน C_2 แต่เมื่อ C_1 ถูกอัดเต็ม ความต่างศักย์คร่อม R_2 และ C_2 ก็ค่อยๆ เข้าหา 0 ประจุใน C_2 จึงลดลงๆ ไปหา 0 ใหม่อีกครั้ง.

ตอบ ②

หมายเหตุ การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ใช้คณิตศาสตร์เกินระดับ ม.ปลาย

$$R_1\frac{d}{dt}q_1 + \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = \mathcal{E} \quad \text{——(1)}$$

$$R_2\left(\frac{d}{dt}q_1 - \frac{d}{dt}q_2\right) = \frac{q_2}{C_2} \quad \text{——(2)}$$

แก้สมการคู่นี้ภายใต้เงื่อนไข $q_1(0) = 0$, $q_2(0) = 0$ และ $\frac{d}{dt}q_1 = \frac{d}{dt}q_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$ ที่ขณะ $t = 0$

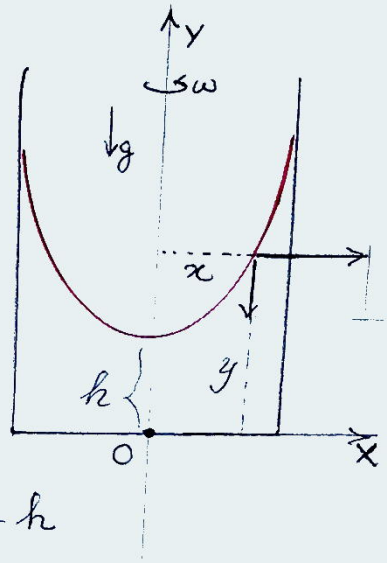
และสำหรับกรณีพิเศษที่ $R_1 = R_2 \equiv R$, $C_1 = C_2 \equiv C$ จะได้

$$q_2(t) = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5}}\ e^{-\frac{3t}{2RC}}\left\{e^{+\frac{\sqrt{5}}{2RC}t} - e^{-\frac{\sqrt{5}}{2RC}t}\right\}$$

28.7.66

4/7

ข้อ 14 ตามรูปที่แสดงนั้น ผิวน้ำใสมีลักษณะเป็นศาสตร์ของพาราโบลา ฟังก์ชันที่ให้รูปนี้มีอันเดียวคือ $y = +\frac{\omega^2}{2g}x^2 + h$ **ตอบ ③**



หมายเหตุ การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ของข้อนี้ก็ถือว่าเกินระดับมัธยมปลาย แต่ประสบการณ์ในชีวิตจริงนำมาซึ่งคำตอบได้

ในระบบอ้างอิงที่หมุน (ROTATING FRAME) ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω ผู้สังเกตในระบบนั้นจะเห็นผิวน้ำที่จุด (x,y) มีความเร่ง g ในทิศลบ OY และความเร่ง $\omega^2 x$ ในทิศบวก OX

ผิวน้ำตรงนั้นต้องตั้งฉากกับความเร่งลัพธ์ เราได้ $\frac{d}{dx}y = \frac{\omega^2 x}{g}$, $\therefore y(x) = \frac{\omega^2}{2g}x^2 + C$

ซึ่ง $y(0) = h$ บ่งว่า $C = h$ $\therefore y(x) = \frac{\omega^2}{2g}x^2 + h$

ข้อ 15 โจทย์กำหนดว่า $\frac{1}{f} = (\mu-1)\frac{1}{R}$ นั่นคือ $f = \frac{R}{\mu-1}$ ——— (1)

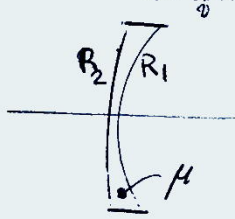
ต่อไป $f+\Delta f = \frac{R+\Delta R}{\mu-1}$ ——— (2) แก้ (1) และ (2) ได้ $\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta R}{R}$ **ตอบ ①**

ข้อ 16 ปริซึมฉาก และหลักการสะท้อนกลับหมดของแสงให้ผลว่า

$\mu \sin 45^\circ = 1 \cdot \sin 90^\circ$ $\therefore \mu \geq \sqrt{2}$ ค่าน้อยสุดคือ $\mu = \sqrt{2}$ **ตอบ ②**

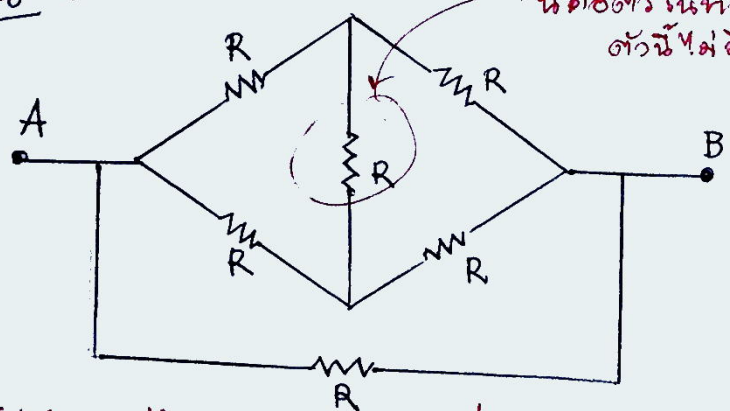
หมายเหตุ ไม่มีความจำเป็นที่จะต้องฉาบด้านข้างของปริซึมให้เป็นกระจก.

ข้อ 17 ข้อตกลง ที่ปรากฏในสูตรของค่า f_A: $\frac{1}{f_A} = (\mu-1)\left\{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right\}$ ก็คือ ผิวนูนออกจากตรงกลางเลนส์ใช้ค่าบวก, ผิวเว้าเข้าใช้ค่าลบ, ดังนั้นค่า f_B:



$$\frac{1}{f_B} = (\mu-1)\left\{-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right\} = (1-\mu)\left\{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right\}$$ **ตอบ ③**

ข้อ ~~18~~ 19

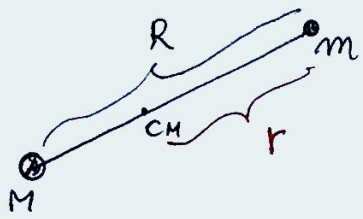


นี่คือตัวในที่อยู่ตรงกลางในรูปเดิม ตัวนี้ไม่มีผลต่อการรวมความต้านทาน

เขียนรูปใหม่ ได้ $R_{AB} = \frac{1}{2}R$ **ตอบ ②**

หมายเหตุ ข้อ 18 ดูหน้าถัดไป

ข้อ 18



จุดศูนย์กลางร่วมต้องเป็นจุดศูนย์กลางมวล

ดังนั้น $mr = M\cdot(R-r)$, $r = \frac{M}{M+m}R$ ตอบ ②

ข้อ 20

2 ตัว ต่อปฏิกิริยา

$$4\,{}^{1}_{1}H \xrightarrow{FUSION} {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{0}_{+1}e + 2\gamma + 2\nu + 26\,MeV$$

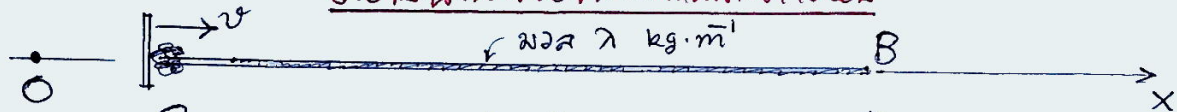
Luminosity ของดวงอาทิตย์ $= 3.8\times10^{26}\ J\cdot s^{-1}$

จำนวนปฏิกิริยา (ข้างบน) ที่เกิด $= \frac{3.8\times10^{26}\ J\cdot s^{-1}}{26\times1.6\times10^{6}\times10^{-19}\ J} \approx 1\times10^{38}\ s^{-1}$

นิวตริโนที่ปลดปล่อยต่อวินาที คือ 2×10^{38} ตัว ตอบ ④

ต่อไปนี้เป็นข้อที่เติมเฉพาะคำตอบ

ข้อ 21

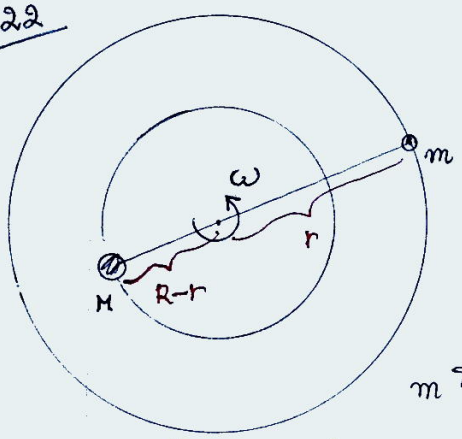


ในเวลา δt ก้อนที่กำลังขยับ คิดเป็นมวล $\delta m = \lambda v \delta t$

คิดเป็นโมเมนตัม $(\delta m)v = \lambda v^2 \delta t$ คิดเป็นแรงกาด $\frac{\lambda v^2 \delta t}{\delta t}$

แรงปฏิกิริยากระทำต่อมือมีขนาด $= \lambda v^2$ ตอบ

ข้อ 22



ทั้ง M และ m ต่างก็โคจรรอบจุดศูนย์กลางมวล

ดังนั้น $M(R-r) = mr$,

$r = \frac{M}{M+m}R$, $(R-r) = \frac{m}{M+m}R$. ——(1)

พลังงานจลน์ของระบบคือ $KE =$

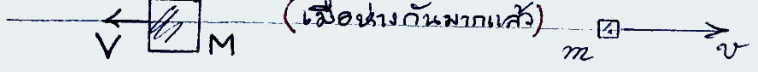
$\frac{1}{2}m(\omega r)^2 + \frac{1}{2}M\{\omega(R-r)\}^2 = \frac{1}{2}\frac{Mm}{M+m}\omega^2R^2$ ——(2)

m ซึ่งโคจรเป็นแนววงกลมรัศมี r ย่อมว่า

$m\omega^2 r = \frac{GMm}{R^2}$, $\omega^2 = \frac{GM}{R^2}\frac{1}{r} = \frac{GM}{R^2}\frac{(M+m)}{MR} = \frac{G(M+m)}{R^3}$ ——(3)

(2) & (3) จะได้ผลว่า $KE = \frac{1}{2}\frac{GMm}{R}$ ตอบ

ข้อ 23



หลักอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น จะได้ผลว่า $mv = MV$, $V = \frac{m}{M}v$

พลังงานจลน์ของ M คือ $KE_M = \frac{1}{2}MV^2 = \left(\frac{m}{M}\right)\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{m}{M}E$ ตอบ

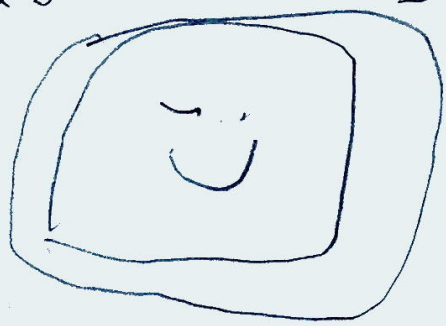
ข้อ 24 สำหรับถือว่าไอน้ำเป็นแก๊สอุดมคติ ประพฤติตัวตาม

กฎ $PV = nRT$

ซึ่ง n ของน้ำ 1 กรัม คือ $n = \frac{1}{18}$ โมล

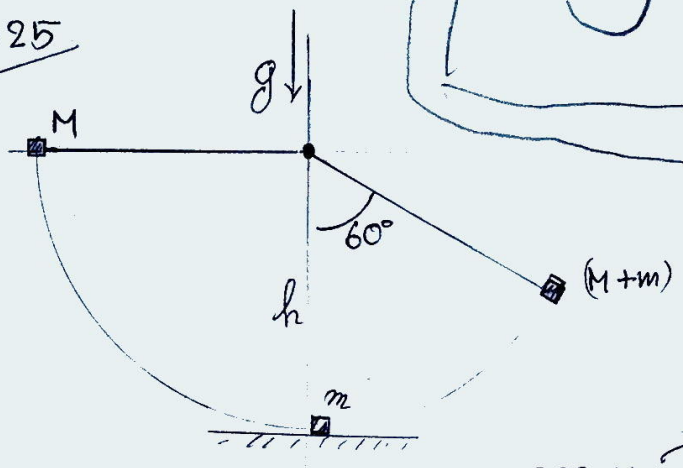
$T = 273 + 267 = 540\ K$, $P = 1 \times 10^5\ N\,m^{-2}$ $R = 8.3\ J\,K^{-1}\,mol^{-1}$

$\therefore V = \frac{1}{18} \times 8.3 \times 540 \times 10^{-5}\ m^3 = 249 \times 10^{-5} \times 10^6\ cm^3 = 2490\ cm^3$ ตอบ



รูปนี้ไม่เกี่ยว

ข้อ 25



ความเร็วของ M ทันทีก่อนชน m คือ v

$\frac{1}{2}Mv^2 = Mgh$,

$\therefore v = (2gh)^{\frac{1}{2}}$

ความเร็วหลังชนติดกันทันทีคือ

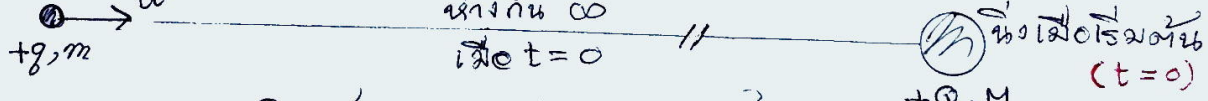
$V = \frac{M}{M+m}v$ ซึ่งพา $(M+m)$ ขึ้นไป

ขึ้นสูงจากจุดชนเท่ากับ $h - h\cos 60° = \frac{h}{2}$ แล้วใช้หลักอนุรักษ์พลังงาน

$\therefore \frac{1}{2}(M+m)V^2 = (M+m)g\frac{h}{2}$

$\left(\frac{M}{M+m}\right)^2(2gh) = gh$, $\frac{M}{m} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$ ตอบ

ข้อ 26



m กับ M เข้าใกล้กันที่สุดเมื่อมีความเร็ว v เท่ากัน

$v = \frac{m}{M+m}u$, และระบบมีพลังงานจลน์รวมเท่ากับ $KE_{\text{ใกล้สุด}}$

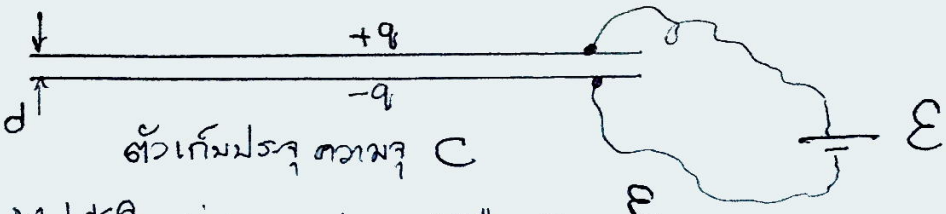
$KE_{\text{ใกล้สุด}} = \frac{1}{2}(M+m)v^2 = \frac{1}{2}\frac{m}{M+m}mu^2 = \frac{m}{M+m}KE_{\text{ของ } m}$

พลังงานจลน์ของระบบลดลงเท่ากับ $KE_{\text{ของ } m} - KE_{\text{ใกล้สุด}} = \frac{M}{M+m}KE_{\text{ของ } m}$

หลักอนุรักษ์พลังงานให้ผลว่า $\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 D} = \frac{M}{M+m}KE_{\text{ของ } m}$

$\therefore KE_{\text{ของ } m} = \left(1 + \frac{m}{M}\right)\left(\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 D}\right)$ ตอบ

ข้อ27



ตัวเก็บประจุ ความจุ C

สนามไฟฟ้าในที่ว่างระหว่างแผ่นคือ $E = \frac{\varepsilon}{d}$

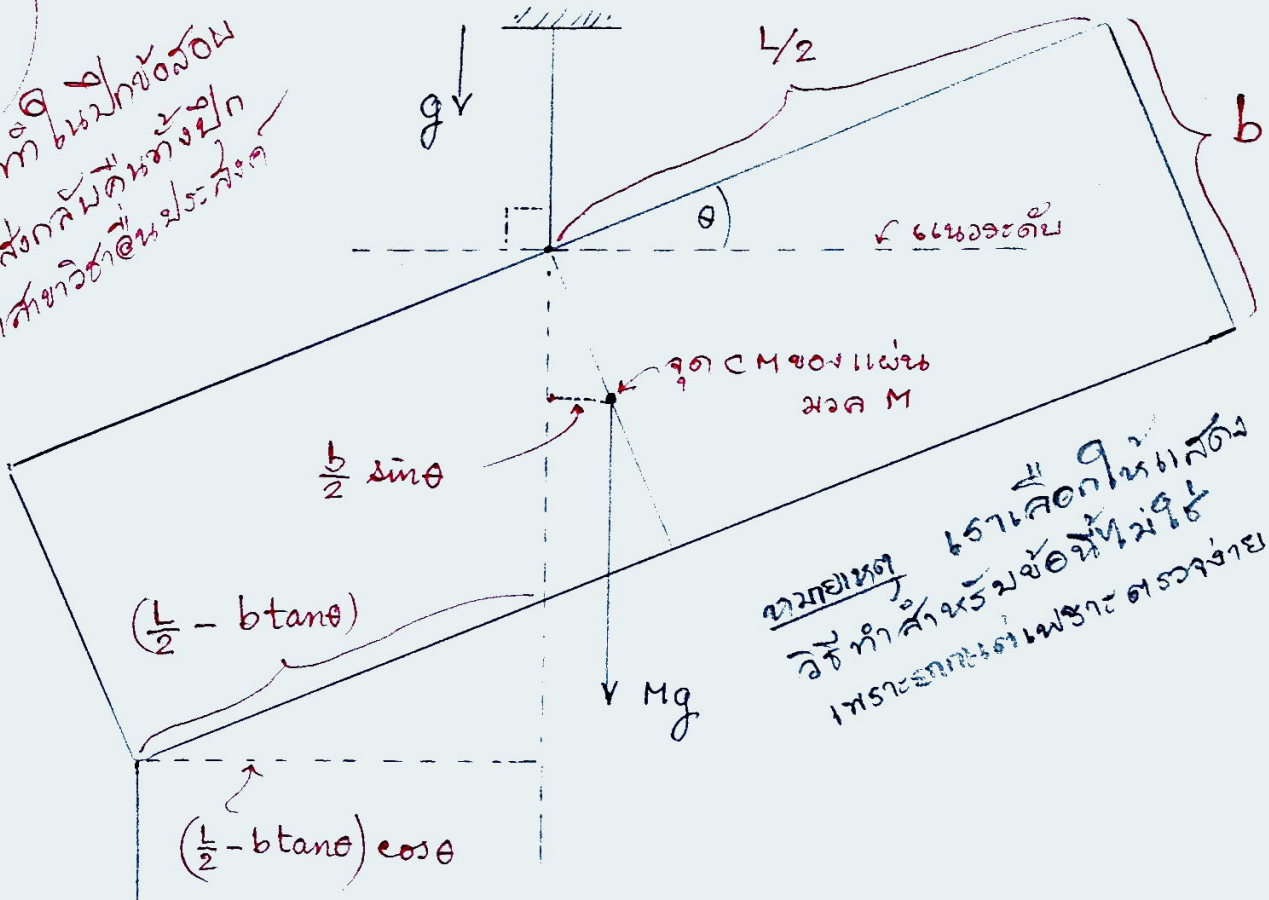
แต่สนามไฟฟ้าของแผ่นหนึ่งที่ตำแหน่งของอีกแผ่นคือ $\frac{1}{2}E = \frac{\varepsilon}{2d}$

แรงดูดกันที่แผ่นหนึ่งกระทำต่ออีกแผ่นคือ $f = q\frac{E}{2} = \frac{q\varepsilon}{2d}$

ซึ่ง $q = C\varepsilon$ ดังนั้น $f = \frac{C\varepsilon^2}{2d}$ ตอบ

ข้อ28

แสดงวิธีทำในปกข้อสอบ เพื่อให้ส่งกลับคืนทั้งปก ตามที่สาขาวิชาฟิสิกส์กำหนด



ข้อมูลเพิ่มเติม เราเลือกจุดหมุนที่แสดงวิธีทำสำหรับข้อนี้ เพราะคิดง่ายเพราะตรงง่าย

ที่สภาวะสมดุลเราได้

$$Mg\left(\frac{b}{2}\sin\theta\right) = mg\left(\frac{L}{2} - b\tan\theta\right)\cos\theta$$

$$\frac{b}{2}\tan\theta = \frac{m}{M}\frac{L}{2} - \frac{m}{M}b\tan\theta$$

$$\tan\theta = \frac{\frac{m}{M}\frac{L}{2}}{\left(\frac{m}{M} + \frac{1}{2}\right)b} = \left(\frac{m}{M+2m}\right)\left(\frac{L}{b}\right)$$ ตอบ