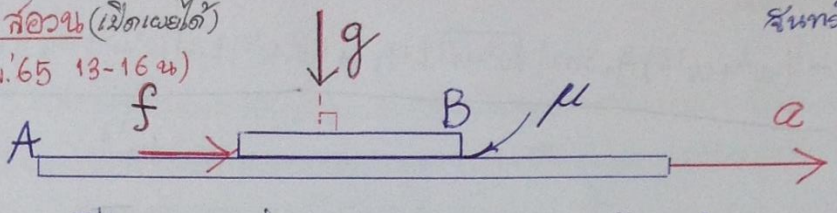
1.



แรงเสียดทานที่ A กระทำต่อ B คือ f

f มีค่าได้สูงสุดเป็น $f_{max.} = \mu m_B g$

B จะไถลบนหลังของ A ถ้า $m_B a > f_{max}$

นั่นคือถ้า $m_B a > \mu m_B g$, ตอบ $\mu g < a$ (ก)

2. ความเร่งโน้มถ่วงที่ผิวโลกคือ $g = \frac{GM}{R^2}$

ถ้า $R_{ใหม่} = \frac{1}{2} R_{เดิม}$ จะได้ $g_{ใหม่} = \frac{GM}{R^2_{ใหม่}} = 4\frac{GM}{R^2_{เดิม}} = 4 g_{เดิม}$

ตอบ 4 เท่า (ง)

3. m อยู่ในสนามอนุรักษ์ พลังงานกลของ m อนุรักษ์

$$\frac{1}{2}mv^2 + -\frac{GMm}{R} = 0 - \frac{GMm}{x}$$

m จึงชนบรรยากาศบางๆ ด้วยความเร็วที่มีขนาด $v = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{x}\right)}$

$$= \sqrt{2\frac{GM}{R^2}R\left(1-\frac{R}{x}\right)} = \sqrt{2gR\left(1-\frac{R}{x}\right)}$$ ตอบ (ง)

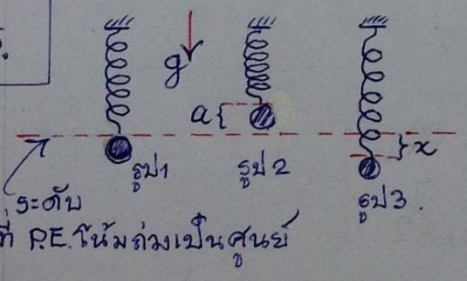
4. ในการชนอย่างไม่ยืดหยุ่นนั้น พลังงานกลน้อยของการเคลื่อนที่ของ m กับ M ไม่อนุรักษ์ แต่โมเมนตัมยังอนุรักษ์ เราได้

$$MV + mv = mu \quad \text{——(i)}$$
$$V - v = eu \quad \text{——(ii)}$$

} แก้ได้ $v = \frac{m-eM}{m+M}u$

และ m หยุดทันทีหลังชน บ่งว่า $\frac{m}{M} = e$ ตอบ (ค)

5.



สมมติ(เพื่อการวิเคราะห์) ให้มวลตุ้มเป็น m และค่าคงที่สปริงเป็น k และสปริงในรูป 1 ยืดอยู่เท่ากับ ξ ดังนั้น

จากรูป① $\xi k = mg$ ——(i)

จากรูป③&② $\frac{1}{2}k(\xi-a)^2 + mga = \frac{1}{2}k(\xi+x)^2 - mgx$ ——(ii)

แก้(i)กับ(ii)ได้ $x = a$ ตอบ (จ)

6. ไม่คำนึงถึงแรงต้านของน้ำ (อันเนื่องจากต้องแหวกน้ำ และอันเนื่องจากความหนืดของน้ำ) เราจะคำนึงเฉพาะแรงพยุงซึ่งในราชฯ เรียกว่าแรงลอยตัว กับแรงโน้มถ่วง

ความเร่งในทิศขึ้นของมวล m ปริมาตร V ในน้ำความหนาแน่น ρ คือ $a = \frac{\rho V g - mg}{m} = \left(\frac{\rho V}{m} - 1\right)g$

เมื่อถึงผิวน้ำ m มีความเร็ว $v = \sqrt{2ah}$ และขึ้นไปได้สูงสุดวัดจากผิวน้ำเป็น $H = \frac{v^2}{2g} = \frac{ah}{g} = \left(\frac{\rho V}{m} - 1\right)h$ ตอบ (ก)

7. สมมติให้อุณหภูมิสุดท้ายเป็น θ และสมมติด้วยว่า $\theta_A > \theta_B$ (หรือจะสมมติว่า $\theta_B > \theta_A$ ก็ได้) และใช้หลักการที่ว่า ความร้อนที่ของเหลว A คายนั้น รับไปทั้งหมดโดยของเหลว B

ดังนั้น $m_A s_A \cdot (\theta_A - \theta) = m_B s_B \cdot (\theta - \theta_B)$ และจากที่โจทย์กำหนดว่า $m_A s_A = m_B s_B$ จะได้ $\theta = \frac{1}{2}(\theta_A + \theta_B)$ ตอบ (ค)

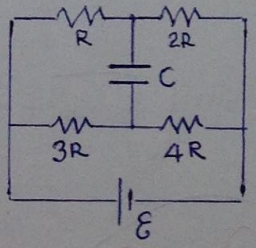
8. แรงที่กระทำโดย q กับประจุ Q คือ $\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)} \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$ ตอบ (ค)

9. ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P คือ $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$ ตอบ (ก)

10. พลังงานศักย์ไฟฟ้าเริ่มต้นอยู่ในตัวเก็บประจุ C_1 เท่ากับ $\frac{q_0^2}{2C_1}$. หลังสับสวิทช์ลงพักใหญ่ (นานเป็นอนันต์) แล้ว เหลือพลังงานศักย์ไฟฟ้ารวมในทั้ง C_1 กับ C_2 เท่ากับ $\frac{q_0^2}{2(C_1+C_2)}$

พลังงานศักย์ไฟฟ้าที่ลดลงได้กลายไปเป็นพลังงานความร้อนใน R (เราถือว่าไม่มีการสูญเสียไปเป็นพลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแผ่ออกไป) เท่ากับ $\frac{q_0^2}{2}\left\{\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_1+C_2}\right\} = \frac{q_0^2}{2C_1}\frac{C_2}{C_1+C_2}$ ตอบ (ค)

11.



ความต่างศักย์คร่อม C คือ $\frac{2R}{R+2R}\varepsilon - \frac{4R}{3R+4R}\varepsilon$

$= \frac{2}{3}\varepsilon - \frac{4}{7}\varepsilon = \frac{2}{21}\varepsilon$

ดังนั้นขนาดของประจุใน C คือ $\frac{2}{21}\varepsilon C$ ตอบ (ก)

จันทร์ 27 ธค. 64

3/6

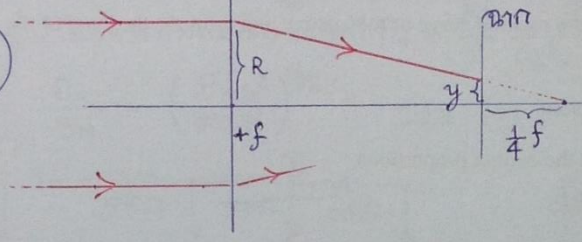
12. ระยะภาพเดิม (v) หาจาก $\frac{1}{v}+\frac{1}{u_o}=\frac{1}{f}$ ——(i) ;

ระยะภาพใหม่ ($v+\Delta v$) หาจาก $\frac{1}{v+\Delta v}+\frac{1}{u_o}=\frac{1}{f+\Delta f}$ ——(ii)

ดังนั้น $\Delta v=\Delta f\,\frac{v^2}{f^2}\,\frac{(1+\frac{\Delta v}{v})}{(1+\frac{\Delta f}{f})}$ และโจทย์กำหนดด้วยว่า $\frac{\Delta f}{f}\ll 1$ ซึ่งบ่งว่า $\frac{\Delta v}{v}\ll 1$ ด้วย สังเกตได้โดยประมาณว่า $\Delta v\approx \Delta f.\left(\frac{v}{f}\right)^2$ แล้วใช้(i)

ได้ $\frac{v}{f}=\frac{u_o}{u_o-f}$ ดังนั้น $\Delta v\approx \Delta f.\left(\frac{u_o}{u_o-f}\right)^2$ ตอบ (ข)

13.



วางแสงบนฉากมีรัศมี y

$\frac{y}{f/4}=\frac{R}{f}$, $y=\frac{1}{4}R$

ความเข้มแสงที่ตกกระทบเลนส์คือ $\frac{P}{\pi R^2}$ และที่ตกกระทบฉากคือ $\frac{P}{\pi y^2}=16\frac{P}{\pi R^2}=16$ เท่าของที่ตกกระทบเลนส์ ตอบ (ง)

14. สำหรับแก๊สอุดมคติ $PV=nRT$ ที่อุณหภูมิคงที่เท่ากับ T ให้ P เปลี่ยนเป็น $P+\Delta P$ และ V เปลี่ยนเป็น $V+\Delta V$ จะได้

$(P+\Delta P)(V+\Delta V)=nRT=PV$ ดังนั้น $\frac{\Delta P}{\Delta V}=-\frac{P}{V}\left(1+\frac{\Delta P}{P}\right)$

ซึ่งโจทย์กำหนดด้วยว่าเป็นการเปลี่ยนน้อยหน่อย ซึ่งบ่งว่า $\frac{\Delta P}{P}\ll 1$

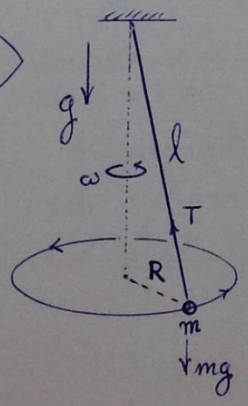
ดังนั้น $\frac{\Delta P}{\Delta V}\approx -\frac{P}{V}$ ตอบ (ข)

15. ในสภาวะที่อากาศถือเป็นแก๊สอุดมคติที่อุณหภูมิ T เคลวินนั้น อัตราเร็วรากที่สองของออกซิเจนและไนโตรเจนหาได้จาก $\frac{1}{2}m_{O_2}v_{rms\,O_2}^2=\frac{3}{2}kT$, $\frac{1}{2}m_{N_2}v_{rms\,N_2}^2=\frac{3}{2}kT$ เมื่อคิดเฉพาะการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่ (อุณหภูมิต่ำ)

ดังนั้น $\frac{v_{rms\,O_2}}{v_{rms\,N_2}}=\sqrt{\frac{m_{N_2}}{m_{O_2}}}=\sqrt{\frac{28}{32}}=\left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{1}{2}}$ ตอบ (ค)

16. พิจารณารูปจะเห็นว่าพลังงานศักย์ไฟฟ้าของระบบมีค่าสูงสุดเมื่อ $\theta=0^\circ$ และมีค่าต่ำสุดเมื่อประจุ $-e$ กับ $-e$ อยู่ห่างกัน $\theta=180^\circ$ ตอบ (ง)

17.



สมมติให้ ω เป็นอัตราเร็วเชิงมุมของ m และสมมติ(เพื่อการพิจารณา)ให้ T เป็นแรงดึงในเชือก

ดังนั้น $m\omega^2R=T\frac{R}{\ell}$ ——(i)

และ $mg=T\frac{\sqrt{\ell^2-R^2}}{\ell}$ ——(ii)

(i)÷(ii) ได้ $\omega^2=\frac{\ell g}{\sqrt{\ell^2-R^2}}$

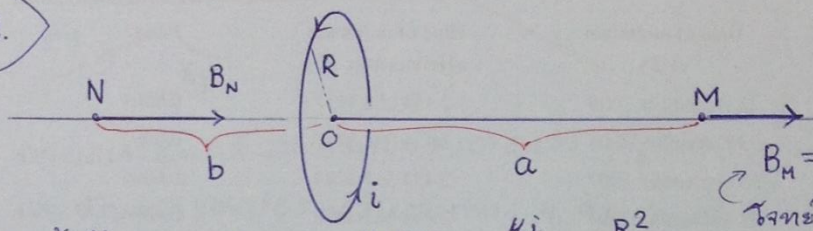
ดังนั้น $\omega=\left(\frac{g}{\sqrt{\ell^2-R^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ ตอบ (ง)

จันทร์ 27 ธ.ค. '64

4/6

18. โพรเจคไทล์จะชนกันที่แนวดิ่งกลางระหว่างจุด A กับ B และที่เวลาหลังปล่อยเท่ากับ $\frac{D/2}{u\cos\theta_0}$ ตอบ (ข)

19.

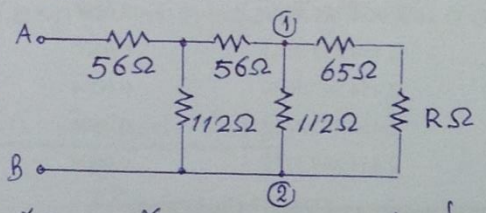


$B_M = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{(R^2+a^2)^{3/2}}$ ใจทย์บอกให้

ดังนั้นโดยความสมมาตร เราได้ $B_N = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{(R^2+b^2)^{3/2}}$

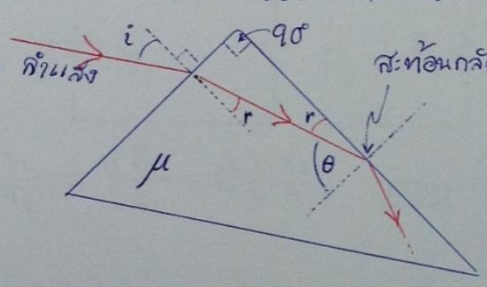
และ $\frac{B_N}{B_M} = \left(\frac{R^2+a^2}{R^2+b^2}\right)^{3/2}$ ตอบ (จ)

20.



สังเกตว่าสามารถใช้ $R = 112 - 65 = 47\,\Omega$ จะได้ความต้านทานรวมระหว่างจุด ① กับ ② เป็น $56\,\Omega$ ซึ่งก็จะให้ความต้านทานรวมระหว่างปลาย A กับ B เป็น $112\,\Omega$ ตอบ (ค) $47\,\Omega$

21.



จากรูปได้ $\theta = 90° - r$

ดังนั้น $\cos\theta = \sin r$ ——— (i)

จาก Snell's law

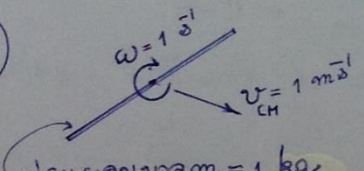
$\mu \sin r = \sin i$ ——— (ii)

ดังนั้น $\cos\theta = \frac{\sin i}{\mu}$ ตอบ (ก)

22. เทอร์มอมิเตอร์ของนาย A สร้างเองใช้จุดน้ำแข็งเป็น $-10°A$ และใช้จุดน้ำเดือดเป็น $150°A$ จะอ่านอุณหภูมิ $25°C$ ได้เป็นเท่ากับ $x°A$ ซึ่ง x หาได้จาก $\frac{x-(-10)}{150-(-10)} = \frac{25-0}{100-0}$

$\therefore x = 30°A$ ตอบ (ก)

23.



เมื่อหมุนอิสระต้องหมุนรอบแกนผ่าน CM. พลังงานจลน์ของท่อนประกอบด้วยสองส่วน

$\frac{1}{2}m v_{CM}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}m\ell^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{24}$ จูล.

ตอบ (จ)

24. อัตราเร็วคลื่นผิวน้ำคือ v ซึ่ง $v^2 = \frac{\lambda g}{2\pi} + \frac{2\pi S}{\lambda \rho}$

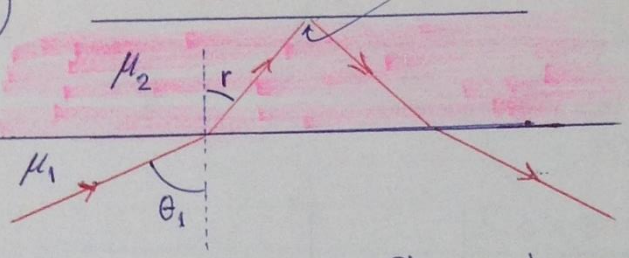
กรณี λ เล็กมาก จะได้ $v^2 \approx \frac{2\pi S}{\lambda\rho}$ ต่อไปเขียน $v = \lambda f$

จะได้ $\lambda^3 f^2 \approx \frac{2\pi S}{\rho} =$ ค่าคงที่ ดังนั้น $\lambda^{3/2} \cdot f \approx$ ค่าคงที่ ตอบ (ค)

จันทร์ 27 ธ.ค. 64

5/6

25. สุญญากาศ สะท้อนกลับหมดพอดี



การสะท้อนกลับหมดพอดี แสดงว่า $\mu_2 \sin r = 1 \sin 90^\circ = 1$ ——(i)

การหักเหที่รอยต่อระหว่างตัวกลาง μ_1 กับ μ_2 เป็นตาม Snell's law

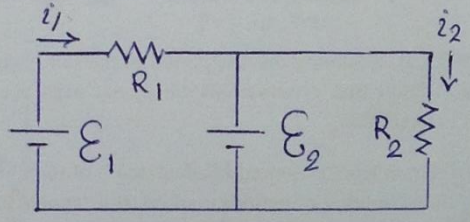
$\mu_2 \sin r = \mu_1 \sin\theta_1$ ——(ii)

(i) & (ii) ให้ผลว่า $\sin\theta_1 = \frac{1}{\mu_1}$ แสดงว่า มุม θ_1 ที่ทำให้เกิดการสะท้อนกลับหมดพอดีนั้นไม่ขึ้นกับค่าของ μ_2 และความหนาของแผ่น μ_2

ตอบ (ก) $\frac{1}{\mu_1}$

ข้อ 26 - 30 เติมเฉพาะคำตอบ

26.



Kirchhoff's rules ให้ผลว่า

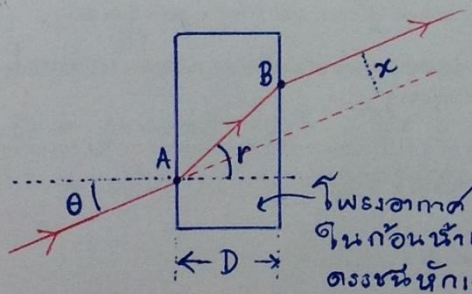
$i_1 R_1 + \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1$ ——(i)

$i_2 R_2 = \mathcal{E}_2$ ——(ii)

แก้ได้ $i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1}$, $i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R_2}$,

$\therefore \frac{i_1}{i_2} = \left(\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} - 1\right)\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$ ตอบ

27.



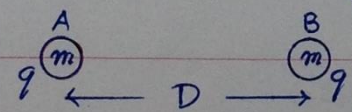
$x = AB \sin(r - \theta)$ ——(i)

$AB = \frac{D}{\cos r}$ ——(ii)

$\sin r = \mu \sin\theta$ ——(iii)

(i), (ii), & (iii) ให้ผลว่า $x = D\left\{\frac{\mu \sin\theta\cos\theta}{\sqrt{1-(\mu\sin\theta)^2}} - \sin\theta\right\}$ ตอบ

28.



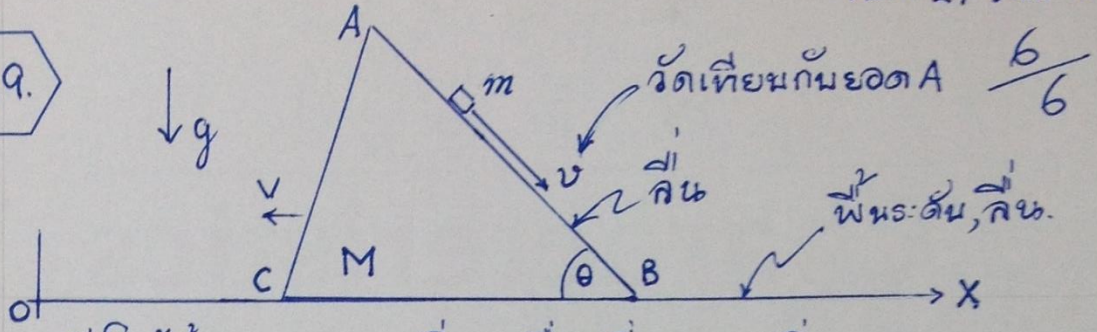
สมมติให้ v เป็นขนาดของความเร็วของทั้ง A และ B เมื่ออยู่ห่างกันอนันต์

$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\times 2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 D}$, $v = \frac{q}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 Dm}}$,

ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่าง A กับ B มีขนาดเป็น $2v = \frac{q}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 Dm}}$ ตอบ

หมายเหตุ เนื่องจากโจทย์ไม่ได้บอกมวล m ที่ไปนักเรียนจึงต้องใส่ m มาด้วย

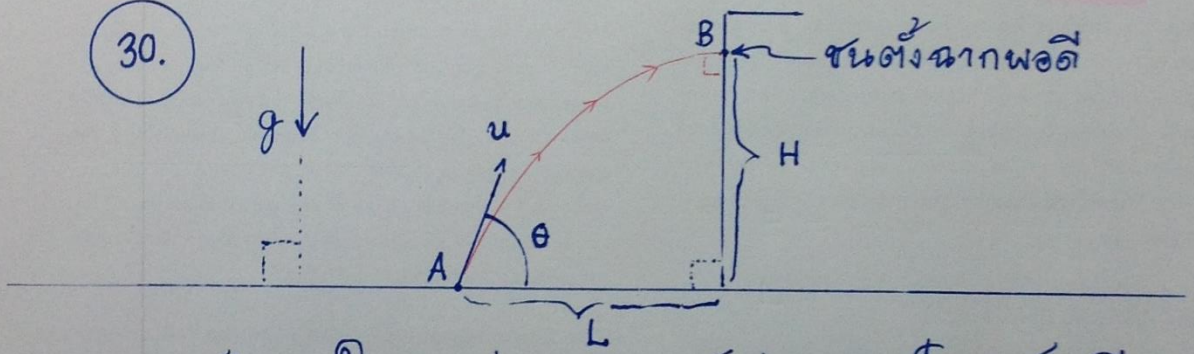
วันพุธ 27 ธ.ค. '64

29. 

6/6

ให้ทั้ง M และ m เริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่ง.
โมเมนตัมในแนวระดับของระบบต้องอนุรักษ์
ความเร็วของ m วัดเทียบกับระบบอ้างอิงเนื่อย OX
คือ $(v\cos\theta - V)$ ในทิศ $\vec{OX}$. ความเร็วของ M คือ V ไปซ้าย
ดังนั้นทุกขณะเราต้องได้ $MV = m(v\cos\theta - V)$

$\therefore V = \frac{m\cos\theta}{M+m}v$ ตอบ

30. 

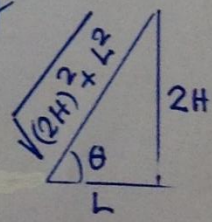
องค์ประกอบในแนวดิ่งของความเร็วที่จุด B เป็นศูนย์พอดี

$\therefore 0 = u\sin\theta - gt$, ซึ่ง t เป็นช่วงเวลาที่ใช้เคลื่อนจาก A ไป B

ได้ $t = \frac{u\sin\theta}{g}$, $L = (u\cos\theta)t = \frac{u^2\sin\theta\cos\theta}{g}$,

$H = (u\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g}$.

ต่อไป, $\frac{H}{L} = \frac{1}{2}\tan\theta$, $\tan\theta = \frac{2H}{L}$ ตอบ



รูปขวามือให้ผลว่า $\sin\theta = \frac{2H}{\sqrt{(2H)^2+L^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{L}{2H})^2}}$

$\therefore u^2 = \frac{2gH}{\sin^2\theta} = 2gH\left(1+\left(\frac{L}{2H}\right)^2\right) = g\left(2H + \frac{L^2}{2H}\right)$ ตอบ

หมายเหตุ ปริมาณที่โจทย์กำหนดยืนโรงให้คือ H, L, และ g.
ต้องหาค่าของ u และ θ ในรูปของ H, L, g.